UMIESZ CZY NIE UMIESZ?

Potęgi i pierwiastki. Rozwiązania

II.2	V.8	V.3, XIII.1

wymagania ogólne — wymagania szczegółowe dlaklasIV–VI — wymagania szczegółowe dlaklasVII–VIII

Zadanie 1

III.1		II.3, II.4

Rozwiązanie

Zauważmy, że podane pierwiastki są różnych stopni, więc porównywanie ich lub wykonywanie działań jest utrudnione. Spróbujmy zatem ominąć tę przeszkodę i zapisać liczby p i q prościej.

$p = \sqrt[3]{3 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{3^3} = 3, \quad q = \sqrt{4 \cdot 3^2} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$

Teraz łatwo zauważyć, że $2 \cdot q = 2 \cdot 6 = 12 \neq p$ oraz $\sqrt{p+q} = \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3$. Zatem pierwsze zdanie jest fałszywe, a drugie zdanie jest prawdziwe.

Zadanie 2

III.1		I.2, I.4

Rozwiązanie

Zauważmy, że wszystkie potęgi występujące w zadaniu można zapisać w postaci potęgi o podstawie 5, czyli:

$25^4 = (5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8 \qquad 25^8 = (5^2)^8 = 5^{2 \cdot 8} = 5^{16} \qquad 125^{12} = (5^3)^{12} = 5^{3 \cdot 12} = 5^{36}$

Wykonujemy podane działania, korzystając ze wzorów na iloczyn i iloraz potęg o tych samych podstawach.

$25^4 \cdot 5^8 = 5^8 \cdot 5^8 = 5^{8+8} = 5^{16}$

$25^4 : 5^8 = 5^8 : 5^8 = 5^{8-8} = 5^0$

Zatem poprawna odpowiedź to AC.

Zadanie 3

III.1 | I.1

Rozwiązanie

Obliczamy pola kolejnych kwadratów:

$P_1 = 12^2 = 144, \quad P_2 = 8^2 = 64, \quad P_3 = 4^2 = 16, \quad P_4 = 3^2 = 9$

Obliczamy pole kwadratu o boku 13:

$P = 13^2 = 169$

I sposób

Suma pól trzech najmniejszych kwadratów jest mniejsza od 100, więc nie usunięto kwadratu K_1. Różnica pól kwadratu o boku 13 i kwadratu K_1 jest równa $169 - 144 = 25$. Zauważmy, że $144 + 16 + 9 = 169$, zatem usunięto kwadrat K_2.

II sposób

Obliczamy sumę pól wszystkich czterech kwadratów:

$144 + 64 + 16 + 9 = 233$

Ta suma jest większa od pola kwadratu o boku 13 o $233 - 169 = 64$, więc usunięto kwadrat K_2.