

Liczby naturalne i ułamki

1. Przykładowe rozwiązanie: Bruno powinien oddać 35 zł Jankowi, a Mikołaj – 20 zł Jankowi i 15 zł Zosi.

2. Trzy niebieskie kule i fioletowy sześciąt.

3. 35, 8

4. 7

5. Iloczyn trzeciej i czwartej liczby jest równy 20, więc iloczyn pierwszej i drugiej liczby jest równy $120 : 20 = 6$.
Zatem iloczyn wszystkich liczb jest równy $6 \cdot 200 = 1200$.

6. a)

Miejsce w kolejce	I	II	III	IV	V	VI	VII
Dziecko	Lena	Wiktor	Krzyś	Alicja	Mikołaj	Janek	Staś

b)

Dziecko	Alicja	Janek	Krzyś	Lena	Mikołaj	Staś	Wiktor
Wydana kwota	6 zł	12 zł	7 zł	10 zł	8 zł	7 zł	12 zł

7. 654, 203

8. Teraz Janek jest dwa razy starszy od Tomka.

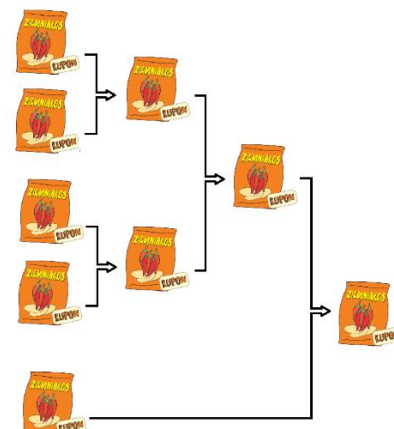
9. 100 żelków

10. Liczbę napisaną na tablicy można przedstawić w postaci sumy dwóch liczb, z których pierwsza jest podzielna przez 115, a druga jest równa 25. Ponieważ 23 jest dzielnikiem 115, więc pierwsza liczba jest podzielna też przez 23, a druga w dzieleniu przez 23 daje resztę 2, czyli liczbę mniejszą od 5.

11. a) Za 60 zł można kupić $60 : 12 = 5$ paczek chipsów zawierających łącznie 5 kuponów. 4 kupony wymieniamy na 2 paczki chipsów z 2 kuponami, które wymieniamy na kolejną paczkę chipsów. Za kupon z tej paczki i kupon, który został nam z początkowo kupionych, otrzymujemy jeszcze jedną paczkę. Z ostatniej paczki zostaje 1 kupon (nic się już nie da wymienić).
Można zdobyć co najwyżej $5 + 2 + 1 + 1 = 9$ paczek.

b) 72 zł

12. 10 uczniów



13. a) Po piątym okrążeniu robot Max zgromadził 31 monet, a dwa pozostałe – po 30 monet.

b) Po siódmym okrążeniu roboty Luno i Spark zgromadzą $42 + 56 = 98$, czyli łącznie ponad 90 monet.

14. O ułamku dziesiętnym 0,626 można powiedzieć, że

- ☒ jest o 0,001 większy od liczby $\frac{5}{8}$.
☒ po zmniejszeniu go o 0,61 otrzymamy 0,016.
☒ po zwiększeniu go o 0,124 otrzymamy $\frac{3}{4}$.

15. 20

16. Cena batonika w złotych była wyższa niż $10,40 : 7 = 1,4857...$ i niższa niż $6 : 4 = 1,50$. Jedyną ceną spełniającą oba warunki jest 1,49 zł.

17. $16, 8^2 = 64, 4^2 = 16, 6^2 = 36$

18. a) 64, b) 10 000

19. FPFPP

20. <

21. 162 rzęsy

22.

Początkowo na tacy	Kupione przez pana Karola	Kupione przez pana Darka	Kupione przez panią Alicję	Kupione przez panią Monikę
32 babeczki	8 babeczek	12 babeczek	8 babeczek	4 babeczki

23.

Pani Renata

Pierwsza butelka: 12 zł

Druga butelka: 3 zł

Razem: 15 zł

Cena jednej butelki: $15 \text{ zł} : 2 = 7,50 \text{ zł}$

Pani Wanda

Pierwsza butelka: 12 zł

Druga butelka: 12 zł

Trzecia butelka: 1,20 zł

Razem: 25,20 zł

Cena jednej butelki: $25,20 \text{ zł} : 3 = 8,40 \text{ zł}$

$8,40 > 7,50$, zatem pani Renata zapłaciła niższą cenę za butelkę oleju niż pani Wanda.

24.

Osoba	Tomek	Beata	Kuba	Mama	Tata
Sok	$\frac{1}{3}$ szklanki	$\frac{1}{4}$ szklanki	$\frac{1}{4}$ szklanki	0	$\frac{1}{2}$ szklanki
Woda	$\frac{2}{3}$ szklanki	$\frac{3}{4}$ szklanki	$\frac{3}{4}$ szklanki	1 szklanka	$\frac{1}{2}$ szklanki

Całkowite zużycie soku wyrażone w szklankach: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$.

Całkowite zużycie wody wyrażone w szklankach: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{11}{3}$.

$\frac{4}{3}$ szklanki to 0,4 l

$\frac{1}{3}$ szklanki to 0,1 l

$\frac{11}{3}$ szklanki to 1,1 l

Pojemność dzbanka z wodą to $0,4 \text{ l} \cdot 3 = 1,2 \text{ l}$.

$1,2 \text{ l} - 1,1 \text{ l} = 0,1 \text{ l}$

W drugim dzbanku zostało jeszcze $0,1 \text{ l}$ wody.

25. Przykładowe rozwiązanie: $\frac{1}{6} < 0,17 < \frac{1}{5} < 0,24 < \frac{1}{4} < 0,3 < \frac{1}{3}$

26. a) 262, b) 841

27. 110

28. a) O liczbie $0,(234)$ można powiedzieć, że

☒ jest większa od $0,(2342)$ i mniejsza od $0,2(34)$.

☒ rozwinięcie dziesiętne liczby dwa razy mniejszej jest równe $0,(117)$.

b) O liczbie $\frac{4}{26}$ można powiedzieć, że

☒ jej rozwinięcie Jest ułamkiem nieskończonym okresowym.

☒ rozwinięcie dziesiętne liczby dwa razy większej jest równe $0,(307692)$.

29. $0,(31)$

Figury na płaszczyźnie

1. 24 km albo 32 km, albo $10\frac{2}{3}$ km, albo 48 km

2. a) 71, b) 10, c) 11 111

3. 1; 1,5

4. 2,5 cm, 5,5 cm

6. D

8. a) 21 cm, b) 7 cm, 7 cm, 14 cm, 14 cm

9. a) Przykładowe rozwiązanie: Średnice AC i BD mają tę samą długość oraz przecinają się w połowie ich długości (każdy z odcinków AO , BO , CO , DO ma taką samą długość równą promieniowi okręgu). Średnice te są przekątnymi czworokąta $ABCD$. Każdy czworokąt o równych przekątnych, które przecinają się w połowie, jest prostokątem.

b) Przykładowe rozwiązanie: Czworokąt, którego przekątne są równej długości, przecinają się w połowie ich długości i są prostopadłe, jest kwadratem.

10. Obliczamy długość odcinka CD : $32 + 36 - 42 = 26$, $26 : 2 = 13$

Dwa boki trójkąta DBC mają długość 13, więc ten trójkąt jest równoramienny.

11. 31 cm albo 32 cm

12. 34

13. 9 cm

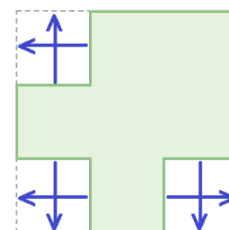
14. obwód prostokąta: 12 cm

obwód figury I: $12 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$

obwód figury II: 12 cm

15. I sposób

Odcinając kwadrat z narożnika dużego kwadratu, nie zmieniamy obwodu, ponieważ odpowiednie odcinki są sobie równe.

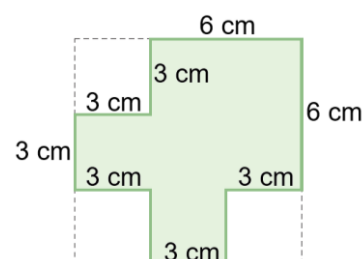


II sposób

Obwód kwadratu o boku 9 cm jest równy 36 cm. Obwód małego kwadratu jest równy $36 \text{ cm} : 3 = 12 \text{ cm}$, więc jego bok ma długość

$12 \text{ cm} : 4 = 3 \text{ cm}$. Ustalamy długości poszczególnych odcinków.

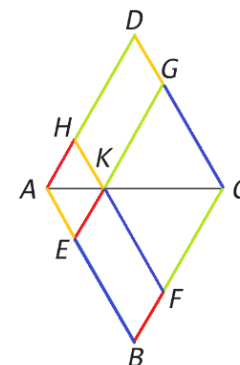
Obliczamy obwód otrzymanej figury: $2 \cdot 6 \text{ cm} + 8 \cdot 3 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$. Zatem duży kwadrat i otrzymana figura mają jednakowe obwody.



16. 8 cm x 2 cm

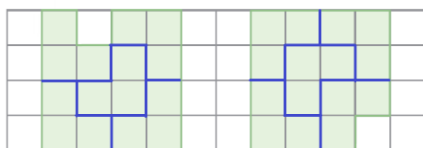
17. a) 100 cm, b) 20 cm x 5 cm

18. Na rysunku zaznaczamy tym samym kolorem odcinki tej samej długości. Zauważamy, że obwód równoległoboku $ABCD$ składa się z sumy długości 2 odcinków żółtych, 2 odcinków czerwonych, 2 odcinków zielonych i 2 odcinków niebieskich. Suma obwodów równoległoboków $AEKH$ i $KFCG$ składa się z sumy długości 2 odcinków żółtych, 2 odcinków czerwonych, 2 odcinków zielonych i 2 odcinków niebieskich, czyli jest równa obwodowi równoległoboku $ABCD$.



19. 5 cm

20. figura II figura III



21. Przykładowe rozwiązanie:



22. 150; 7:15, 232,5; 9

23. $\frac{1}{12}$, 2,5

24. 30° , 30° , 120°

25. 20° , 80° , 60°

26. Trójkąt ABC jest równoboczny, więc wszystkie jego kąty mają miarę 60° .

Miara kątów ostrych trójkąta BDE jest równa 45° ($180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, $90^\circ : 2 = 45^\circ$).

Obliczamy miary kątów w trójkącie BEC :

$$\sphericalangle CBE = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$

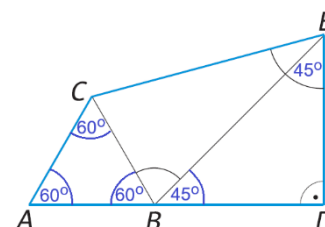
$$\sphericalangle BCE = \sphericalangle CBE = 75^\circ$$

$$\sphericalangle BEC = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

Obliczamy miarę kąta DEC :

$$\sphericalangle DEC = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

Otrzymaliśmy, że $\sphericalangle CBE = \sphericalangle DEC = 75^\circ$.



27. 9 cm

28. 45° , 45° , 90°

Liczby na co dzień

1. a) O 8:00, b) Od 18:00 do 20:20 mija $2\frac{1}{3}$ godziny, czyli 2 godziny 20 minut.

W tym czasie zegar spóźni się o dodatkowe $2\frac{1}{3} \cdot 3 = 7$ minut, więc o 20:20 zegar będzie się spóźniał o 37 minut, czyli będzie wskazywał 19:43.

2.

Godzina na zegarku Kasi	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00
Czas rzeczywisty	6:00	7:02	8:04	9:06	10:08	11:10	12:12	13:14	14:16	15:18	16:20	17:22

18:24, 21:00

3. ③, ④, ①, ②

4. a) Uruchamiamy obie klepsydry równocześnie. Po 5 minutach w pierwszej skończy się przesypywać piasek. Od tego momentu do opróżnienia górnej komory w drugiej klepsydrze odmierzymy 2 minuty.

b) Po odmierzeniu 2 minut (jak opisano w podpunkcie a)) odwracamy klepsydrę odmierzającą 7 minut. Łącznie odmierzymy 9 minut.

c) Uruchamiamy obie klepsydry równocześnie. Po 5 minutach w pierwszej skończy się przesypywać piasek, a do opróżnienia górnej komory drugiej klepsydry pozostaną 2 minuty. Odwracamy pierwszą klepsydrę. Po kolejnych 2 minutach w drugiej klepsydrze przesypie się cały piasek, a do opróżnienia górnej komory pierwszej klepsydry pozostaną 3 minuty, które chcemy odmierzyć.

5. a) 15:34, b) 15:42

6. O 19:48

7. 5:55, 19:16

8. a) C, b) B, c) B, d) B, e) B, f) B, g) C

9. a) 31 dni,

b) Skoro w miesiącu jedynie czwartek wypadł 5 razy, to pozostałe dni tygodnia wypadły po 4 razy. Zatem w tym miesiącu było $1 \cdot 5 + 6 \cdot 4 = 29$ dni, więc był to luty roku przestępnego.

10. a) 4, 5, b) 30,

c) Skoro dziesiąty dzień miesiąca był poniedziałkiem, to poniedziałki na pewno wypadły: 3, 10, 17, 24. Miesiąc może mieć 31, 30, 29 lub 28 dni. Rozważamy wszystkie warianty.

Liczba dni w miesiącu	31	30	29	28
Ostatni dzień miesiąca	poniedziałek	niedziela	sobota	piątek

Zatem ostatnim dniem tego miesiąca nie może być wtorek, środa ani czwartek.

11. a)

Data	Format kalendarzowy	Format tygodniowy
2 stycznia 2025	2025-01-02	2025-W01-4
30 grudnia 2004	2004-12-30	2004-W53-4
2 lutego 2025	2025-02-02	2025-W05-7
27 grudnia 2004	2004-12-27	2004-W53-1

b)

Format tygodniowy	Format kalendarzowy
2025-W04-3	2025-01-22
2024-W52-6	2024-12-28
2025-W01-2	2024-12-31
2025-W05-1	2025-01-27

12. a) 52 tygodnie, b) 52 tygodnie

13. a) Duży stoik waży 250 g, mały stoik 160 g.

b) Miód w dużym stoiku: $\frac{1}{4} \cdot 500 \text{ ml} = 125 \text{ ml}$

Miód w małym stoiku: $\frac{1}{4} \cdot 200 \text{ ml} = 50 \text{ ml}$

Razem: $125 \text{ ml} + 50 \text{ ml} = 175 \text{ ml}$

Duży stoik ma pojemność 0,5 litra.

$$\frac{175}{500} = \frac{350}{1000} = \frac{7}{20} = 0,35$$

Miód wypełniłby 0,35 pojemności dużego stoika.

14. 2,8; 2,24; 21,25

15. a) 122,5 m siatki, b) 36 słupków

16. a) 30 małych porcji i 15 dużych, b) 341,40 zł

17. Przy każdym łączeniu wsuwano 5 cm jednej rury w drugą. Gdy połączono 50 rur, powstało 49 łączeń.

$$50 \cdot 1,2 - 49 \cdot 0,05 = 57,55$$

Długość rurociągu złożonego z 50 rur jest równa 57,55 m, czyli mniej niż 58 m. Zatem 50 rur nie wystarczy do ułożenia odcinka rurociągu o długości 58 m.

18. 1:400

19.

Figury	Basi		Janka		Marka	
	kwadrat	trójkąt	kwadrat	trójkąt	kwadrat	trójkąt
Pole (w cm ²)	36	8	144	32	9	2

2, dłuższy, 4, większe; 4, dłuższy, 16, większe; 2, większe, 4, większe; 4, większe, 16, większe

20. Wysokość wazonu: $(1,48 \text{ m} - 0,92 \text{ m}) : 2 = 0,56 \text{ m} : 2 = 0,28 \text{ m} = 28 \text{ cm}$

$$28 \text{ cm} : 7 = 4 \text{ cm}$$

Wazon o wysokości 28 cm narysowany w skali 1:7 będzie miał wysokość 4 cm.

21. a) Prostokąt A: 5 cm x 15 cm, prostokąt B: 15 cm x 45 cm,

b) Prostokąt A: 6 cm x 3 cm, prostokąt B: 12 cm x 6 cm

22.

Darek

Ocena: 3

Wyraż w podanej jednostce i zaokrąglaj:

a) do jednostki centymetra,

2,346 m = $\overset{234,6}{23,46}$ cm $\approx \overset{235}{20}$ cm 0 pk

b) do części dziesiątych tony,

575 kg = $\overset{5,75}{0,575}$ t $\approx \overset{6}{0,6}$ t 2 pk

c) do setek dekagrama,

9,999 kg = $\overset{999,9}{999,9}$ dag $\approx \overset{1000}{1900}$ dag 1 pk

d) do dziesiątek mililitra.

0,145 l = $\overset{14,5}{145}$ ml $\approx \overset{15}{150}$ ml 2 pk

23. Przykładowe rozwiązania: **a)** 554, 552, 550, **b)** 4349, 4299, 4250

24. a) 10, 4, **b)** 100, 49, **c)** 1000, 500

25. a) 69, **b)** 6460

26. Wiola – oferta II, Beata – oferta I

27.

kostka o masie 200 g:

200 g $\rightarrow$ 7,20 zł

1 kg $\rightarrow$ 5 $\cdot$ 7,20 zł = 36 zł

kostka o masie 250 g:

250 g $\rightarrow$ 8,50 zł

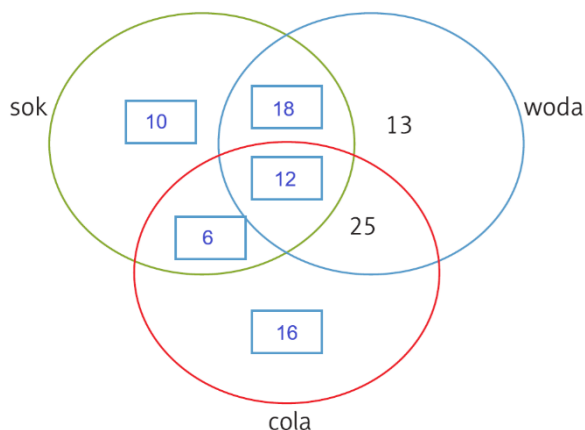
1 kg $\rightarrow$ 4 $\cdot$ 8,50 zł = 34 zł

1 kg masła sprzedawanego w kostkach o masie 250 g jest o 2 zł tańszy od masła sprzedawanego w mniejszych kostkach, więc bardziej opłaca się kupić większą kostkę masła.

28. a) 4, **b)** 20, 15, **c)** 3, **d)** 30, **e)** 60, **f)** 3, **g)** 9, **h)** 4

29. a)

	Cola	Woda	Sok	Ile osób udzieliło takiej odpowiedzi?
Odpowiedź (znakiem + oznaczono lubiany napój, znakiem – oznaczono napój nielubiany)	+	–	–	16
	–	+	–	13
	–	–	+	10
	+	+	–	25
	–	+	+	18
	+	–	+	6
	+	+	+	12
Liczba wskazań	59	68	46	



b) 32, 28, 6, 54

Prędkość, droga, czas

1. Dłuższą trasę można pokonać w krótszym czasie.

2. a) 57 km, b) 41,49 l

3. 10

4. a) 9,5 km, 14:50, b) Przykładowe rozwiązanie: Po każdej sekundzie odległość między chłopcami malała o $200 \text{ m} : 40 = 5 \text{ m}$. Skoro Kacper pokonywał 2 m w czasie 1 s, to Paweł pokonywał w tym czasie $5 \text{ m} - 2 \text{ m} = 3 \text{ m}$. Zatem Paweł biegł z prędkością $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5. a) 140, 120,

b) Przykładowe rozwiązanie: Jan przez kwadrans przebył $18 \text{ km} : 4 = 4,5 \text{ km}$.

Mateusz przez 10 minut przejechał $24 \text{ km} : 6 = 4 \text{ km}$.

$4,5 + 4 = 8,5$

O godzinie 10:40 odległość między rowerzystami była równa 8,5 km.

6. a) 200,

b) Pierwsza grupa w ciągu 15 minut pokonała $15 \cdot 60 = 900$ metrów. To znaczy, że o godzinie 20:45 między grupami była odległość 900 metrów. W każdej minucie odległość między grupami zmniejszała się o $80 - 60 = 20$ metrów.

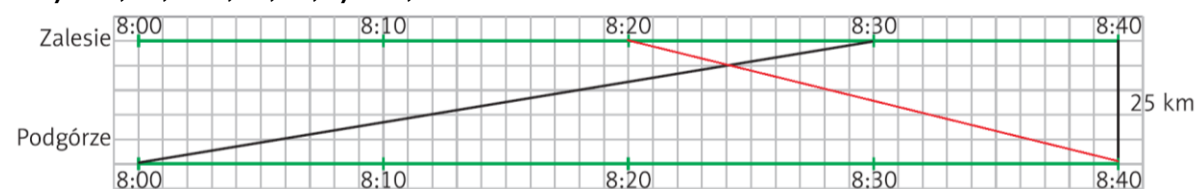
$900 : 20 = 45$

Druga grupa dogoni pierwszą po upływie 45 minut, czyli o 21:30.

7. a) 15, 10,

b) Przykładowe rozwiązanie: Chłopcy spotkali się po upływie $200 : (1,5 + 2,5) = 50$ sekund. W tym czasie pies przebiegł $50 \cdot 10 = 500$ metrów.

8. a) 8:18, 15, 8:30, 75, 50, b) 8:20, 8:24



9. a) 700 m, b) po 35 s

10. a) 700 m, b) 35 s

11. $20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

12. I odcinek – długość 6 km
1 h – 12 km
0,5 h – 6 km

II odcinek – długość 6 km
1 h – 6 km

Obliczamy czas pokonania całej drogi: $0,5 \text{ h} + 1 \text{ h} = 1,5 \text{ h}$

Prędkość średnia = $\frac{12 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

13. a) $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, **b)** $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

14. a) 210 kroków, **b)** 420 m, **c)** $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

15. 16:50

16. 1,5 godziny to 90 minut

$1 \frac{1}{12}$ godziny to 65 minut

Pokonanie drogi z biblioteki do domu pieszo zajmuje Julce $90 : 2 = 45$ minut. Jazda w jedną stronę na hulajnodze trwa $65 - 45 = 20$ minut. Zatem na pokonanie drogi tam i z powrotem na hulajnodze Julka potrzebuje $2 \cdot 20 = 40$ minut.

17. W 4 minuty Jaśmina pokona $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ drogi.

Po upływie 8 minut od wyjścia z domu Jaśmina pokona $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ drogi, a jej brat $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ drogi. Zatem brat dogoni Jaśminę po 4 minutach od chwili wyjścia z domu.

18. a) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$, **b)** 3, 5

19. 50, 18, 15

20. a) 111,12 km, **b)** 4,5 godziny

21. Przez godzinę pan Łukasz sprząta $\frac{1}{3}$ biura, a pan Piotr $-\frac{1}{6}$ biura, więc razem w tym czasie sprzątną $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ biura. Zatem sprzątnięcie całego biura razem zajmie im 2 godziny.

22. Po 24 godzinach.

23. a) 30 km, **b)** 6 godzin

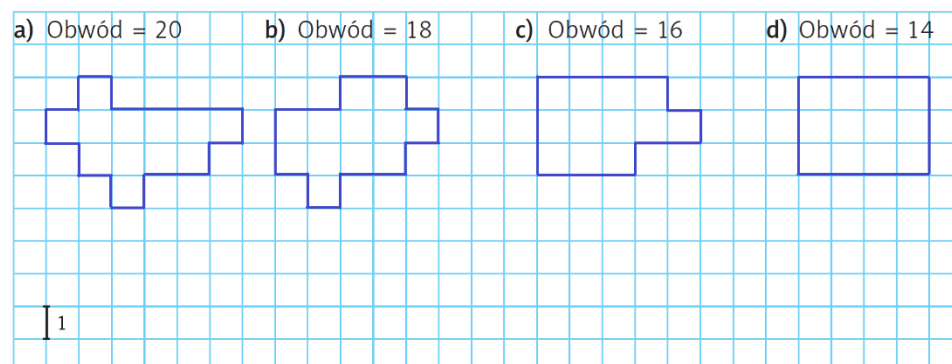
Pola wielokątów

1. a) $\frac{7}{15}$, b) 24

2. Są 3 różne prostokąty; $1 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$; $2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$; $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

3. 108 cm^2

4. Przykładowe rozwiązanie:



5. 4,5 razy większe

6. a) 32, 10, 5, b) 7 cm

7. 216, 54, 18

8. a) 12,

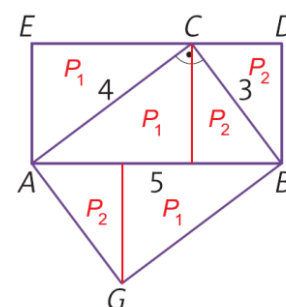
b) I sposób

Dzielimy figurę na trójkąty prostokątne. Ponieważ przekątna prostokąta dzieli go na 2 jednakowe trójkąty, więc pola części są odpowiednio równe. Każdy z prostokątów ma pole równe $2P_1 + 2P_2$, więc pola prostokątów $GBCA$ i $ABDE$ są równe.

II sposób

Trójkąt ABC jest połową prostokąta $AGBC$.

Pole tego trójkąta obliczamy: $\frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BD|$, więc jest to również połowa pola prostokąta $ABDE$. Zatem pola prostokątów $GBCA$ i $ABDE$ są równe.

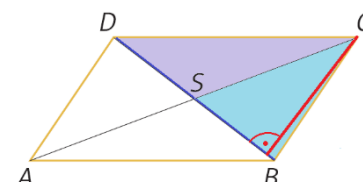


9. Na obwód listewki składają się 2 dłuższe – czerwone i 2 krótsze – zielone odcinki. Suma długości czerwonego i zielonego odcinka to połowa obwodu listewki, czyli 30 cm. Zatem bok ramki ma długość 30 cm, więc pole powierzchni obrazu wraz z ramką jest równe 900 cm^2 .



10. a) 80 m^2 , b) 16 m^2

11. Przekątne równoległoboku dzielą się na połowy, więc podstawy DS i SB trójkątów mają równe długości i wspólną wysokość opuszczoną z wierzchołka C . Z tego wynika, że pola obu trójkątów są równe.



12. Obliczamy krótszy bok:

$$11 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$8 \text{ cm} : 2 = 4 \text{ cm}$$

Obliczamy dłuższy bok:

$$3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

Obliczamy wysokość równoległoboku opuszczoną na krótszy bok:

$$2 \cdot 11 \text{ cm} \cdot 0,1 = 2,2 \text{ cm}$$

Obliczamy pole równoległoboku:

$$2,2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 8,8 \text{ cm}^2 < 9 \text{ cm}^2$$

Pole równoległoboku jest mniejsze niż 9 cm^2 .

13. Obliczamy długość krótszej przyprostokątnej:

$$14 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$12 \text{ cm} : 2 = 6 \text{ cm}$$

Obliczamy długość dłuższej przyprostokątnej:

$$6 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

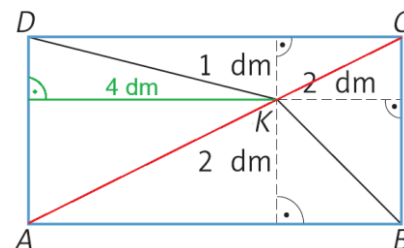
Obliczamy pole:

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 < 25 \text{ cm}^2$$

Pole tego trójkąta jest mniejsze niż 25 cm^2 .

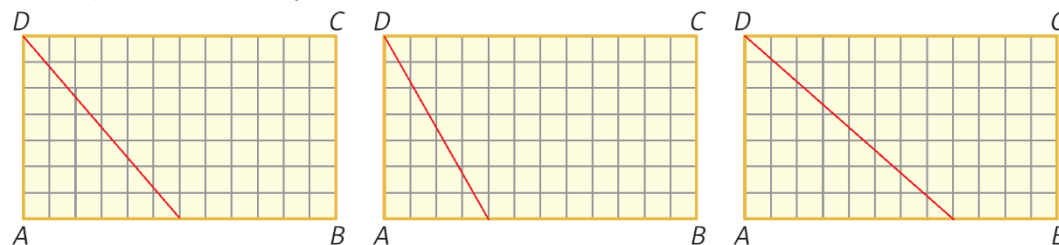
14. a) 8 cm^2 , 8 cm^2 , 4 cm^2

15. Dzielimy prostokąt na cztery trójkąty: ABK , BCK , CDK , AKD . Pole czworokąta $ABKD$ jest dwa razy większe od pola czworokąta $BCDK$. Trójkąt ABK ma pole dwa razy większe od pola trójkąta CDK – równe podstawy, wysokość dwa razy dłuższa. Trójkąt AKD musi mieć pole 2 razy większe od pola trójkąta BCK . Oba trójkąty mają równe podstawy, więc wysokość trójkąta AKD ma długość $2 \cdot 2 \text{ dm} = 4 \text{ dm}$.



16. $P_1 = 32 \text{ cm}^2$, $P_2 = 64 \text{ cm}^2$, $P_3 = 96 \text{ cm}^2$

17. Przykładowe rozwiązanie:



18. 32 m

19. 70 cm

20. a) 48 cm^2 , **b)** 24 cm^2

21. 4 cm

22. Punkty D, E, F są środkami boków trójkąta ABC .

Na podstawie ciekawostki:

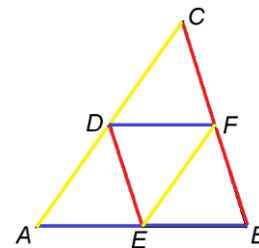
$$|DE| = \frac{1}{2} \cdot |BC|$$

$$|DF| = \frac{1}{2} \cdot |AB|$$

$$|EF| = \frac{1}{2} \cdot |AC|$$

Na rysunku jednakowym kolorem zaznaczamy odcinki o jednakowych długościach.

Cztery trójkąty mają jednakowe boki. Trójkąty o jednakowych bokach mają równe pola.



23. 12 dm^2

24. 12 dm

25. 144 dm^2

26. $P_1 = 30 \text{ cm}^2, P_2 = 18 \text{ cm}^2$

27. 44 cm^2

Procenty

1. a) 75%, b) 50%, c) 25%

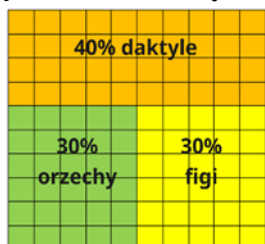
2. a) 4 lub 5, b) 2, 3 lub 4, c) 49, 50, 51, 52, 53, d) 9, 10, 11 lub 12

3. a) >, b) <, c) <, d) <, e) <, f) =

4. Lektury: 32%, inne książki: 12%

5. I sposób

Rysunkowe rozwiązanie:



II sposób

Skoro 40% masy zakupów to daktylę, to pozostała część stanowi 60% masy zakupów. Jeśli figi stanowią połowę pozostałej części, to połowa z 60% zakupów jest równa 30% zakupów. Zatem orzechy stanowią 30% masy zakupionych produktów.

6. 3 złotówki

7. a) 120 zł, 60 zł, niższa, b) 160 zł, 120 zł, niższa



9. 20 000 biszkoptów

10. 348,50 zł

11. Cena pióra stanowi 120% ceny długopisu. Koszt zakupu długopisu i pióra jest równy 22 zł i stanowi 220% ceny długopisu.

220% → 22 zł

100% → 10 zł

Cena długopisu to 10 zł, a pióra to $120\% \cdot 10 \text{ zł} = 12 \text{ zł}$.

Za 5 piór zapłacimy $5 \cdot 12 = 60 \text{ zł}$, a za 6 długopisów $6 \cdot 10 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$, czyli tyle samo.

12. Liczba kulek w małych pojemnikach stanowi $100\% - 20\% = 80\%$ liczby kulek w dużych pojemnikach.

Liczba wszystkich kulek stanowi $180\% = \frac{9}{5}$ liczby kulek w dużych pojemnikach.

Liczba wszystkich kulek musi być całkowita, większa od 100, mniejsza od 110 i podzielna przez 9, zatem jest to liczba 108.

13. 75 hektolitrów

14. O 50%

15. a) 120 zł, b) o 40% i 45%

16. Dwie czapki kosztowały tyle samo co trzy szaliki, czyli dwie czapki kosztują 60 zł i trzy szaliki kosztują 60 zł. Czapka kosztuje $60 : 2 = 30$ zł, a szalik $60 : 3 = 20$ zł. Czapka jest o $30 - 20 = 10$ zł droższa od szalika, czyli o $\frac{10}{20} = 50\%$ od niego droższa.

17. a) 50% jajek, b) 62,5%

18. a) 120 biletów normalnych i 360 biletów ulgowych, b) o 200% więcej

19. 42 piłki, 30 gier planszowych, 24 plecaki, 24 bidony

20. a) 10, b) 2 batony owocowe i 3 czekoladowe lub zbożowe

21. 20%

22. 25% trasy

23. a) 3807 lalek bez wad, b) 6% lalek stanowiły lalki wadliwe.

24.

	Wtorek	Środa	Razem
Liczba wyprodukowanych śrub	$8 \cdot 600 = 4800$	$7 \cdot 600 = 4200$	9000
Liczba wadliwych śrub	$20\% \cdot 4800 = 960$	$5\% \cdot 4200 = 210$	1170

$$\frac{1170}{9000} = 13\%$$

Wadliwych było 13% wszystkich wyprodukowanych w ciągu tych dwóch dni śrub.

25. Liczba przesyłek w czerwcu: 15 000

Liczba reklamacji w czerwcu: $1\% \cdot 15\,000 = 150$

Kwota odszkodowań wypłaconych w lipcu: 4800 zł

Liczba reklamacji w lipcu: $4800 \text{ zł} : 40 \text{ zł} = 120$

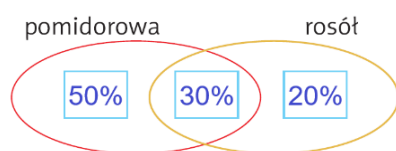
$$\frac{150 - 120}{150} = \frac{30}{150} = 0,2 = 20\%$$

W lipcu było o 20% mniej reklamacji niż w czerwcu.

26. O 300% więcej

27. a) 75, 40, 15

b)



c) 60 osób wybrało psy i koty i 60 osób wybrało tylko koty, więc osób, które wybrały tylko psy było $150 - 120 = 30$.

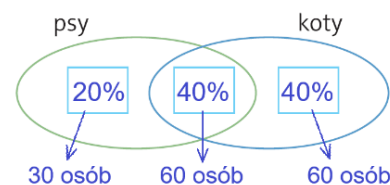
$$60 + 30 = 90$$

$$150 \text{ osób} - 100\%$$

$$15 \text{ osób} - 10\%$$

$$90 \text{ osób} - 60\%$$

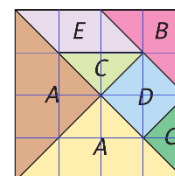
60% pytanych osób wybrało psy.



28. a)

Figura	Tangram	A	B	D	E
Pole	16 C	4 C	2 C	2 C	2 C

b) 25, 75, 100



29. Pole pierwszego kwadratu: $10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$

$$\text{Bok drugiego kwadratu: } 10 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Pole drugiego kwadratu: } 7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 49 \text{ cm}^2$$

$$\frac{100-49}{100} = 51\%$$

$$\text{Bok trzeciego kwadratu: } 10 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{Pole trzeciego kwadratu: } 13 \text{ cm} \cdot 13 \text{ cm} = 169 \text{ cm}^2$$

$$\frac{169-100}{100} = 69\%$$

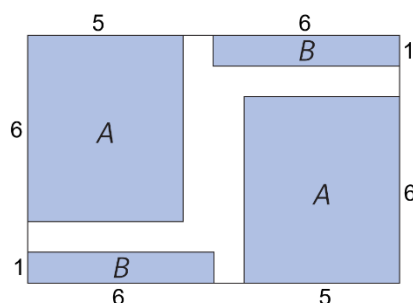
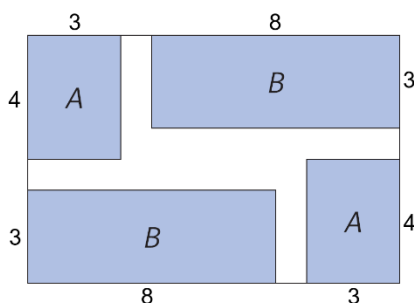
$$51 \neq 69$$

Zatem Tomek jest w błędzie.

30. a) 80 m, b) 32%

31. 50, 4, 10

32. Przykładowe rozwiązanie: Prostokąty A i B mogły mieć wymiary odpowiednio: $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ i $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ lub $5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ i $6 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$.



33. $12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$, 12,5

Liczby dodatnie i liczby ujemne

1. 11

2. $2\frac{1}{7} \rightarrow -\frac{7}{15}, -2\frac{3}{7} \rightarrow \frac{7}{17}, -2\frac{1}{7} \rightarrow \frac{7}{15}, 2\frac{3}{7} \rightarrow -\frac{7}{17}$

3. Przykładowe odpowiedzi:

a) 3, -50, 4, 5, 6, b) -4, -8, 9, 5, 6

4. $-3 + 4 = 1$

Wynik Leokadii jest liczbą ujemną, więc częściej wyrzucała liczbę -3 niż liczbę 4.

Liczba wyrzuconych -3	Liczba wyrzuconych 4	Wynik punktowy
3	1	-5
4	0	-12

Pasuje tylko przypadek: 3 razy -3 i 1 raz 4.

Ksawery zdobył $-5 - 6 = -11$ punktów, więc również częściej wyrzucał liczbę -3 niż liczbę 4.

Liczba wyrzuconych -3	Liczba wyrzuconych 4	Wynik punktowy
4	2	-4
5	1	-11
6	0	-18

Pasuje tylko przypadek: 5 razy -3 i 1 raz 4.

Leokadia i Ksawery wyrzucili tyle samo razy czwórkę — dokładnie raz.

5. PPPF

6. $120 - 69 = 51$

Gdy Ola zmieniła znak składnika z plusa na minus, to suma liczb 120 zmniejsza się o podwojony składnik, czyli liczbę parzystą. Zatem liczba $120 - 69 = 51$ nie spełnia warunków zadania, bo nie jest liczbą parzystą. Ola musiała się pomylić.

7. Jola mogła zapisać liczby: 10, 4, -2, -8, -14 albo liczby: 16, 10, 4, -2, -8.

W żadnym z tych zestawów nie ma czterech liczb ujemnych.

8. -11, -22, 11

9.

4,5	2	1	-1,5	0
0	-3	-3	5,5	-4,5
-3,5	4	-0,5	-2	3
3	-4,5	-2	2,5	-1
-3	4,5	0	-5	3,5

10. Przykładowe rozwiązanie:

$9 + 5 - 2 = 12$

$11 - 16 + 17 = 12$

$21 - 12 + 3 = 12$

11. a) Przykładowe rozwiązanie:

7	0
-5, -4, -3, -2, -1, <u>1</u> , <u>2</u> , 3, <u>4</u> , 5	-5, <u>-4</u> , -3, -2, -1, <u>1</u> , 2, <u>3</u> , 4, 5
-6	8
-5, -4, <u>-3</u> , <u>-2</u> , <u>-1</u> , 1, 2, 3, 4, 5	-5, -4, -3, -2, <u>-1</u> , 1, 2, 3, <u>4</u> , <u>5</u>

b) Przykładowe rozwiązanie:

Trzy najmniejsze liczby z zestawu to -5, -4, -3.

$$-5 + (-4) + (-3) = -12$$

Jest to najmniejsza możliwa suma, zatem nie można dojść do punktu -13.

12. $A = -1,5$, $B = -3\frac{1}{3}$, $C = 1\frac{1}{3}$, $D = -5,4$, $E = -0,6$

13. a) -4, -3, **b)** -4, -3, 3, 4, **c)** -3, -2, -1, 1, 2, 3, **d)** -2, -1, 7, 8

14. a)

10	-3	-4	7
-1	4	5	2
3	0	1	6
-2	9	8	-5

b) Przykładowe rozwiązanie:

-1	-14	-15	-4
-12	-7	-6	-9
-8	-11	-10	-5
-13	-2	-3	-16

Czy otrzymany kwadrat również jest magiczny?

TAK NIE

15. a) dodatnią, **b)** dodatnią, **c)** ujemną

16. a) 250 K, 10,5°C, 95°F, **b)** 0°C = 32°F = 273, 15 K, 100°C = 212°F = 373, 15 K

17. a) 5, **b)** 0, **c)** 23, **d)** 0

18. a) Stracił 1180 zł. **b)** Kuba oszczędziłby 2000 zł we wrześniu i ze sprzedaży w październiku uzyskałby 2000 zł więcej – łącznie miałby 4000 zł więcej.

19.

•	$-1\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
$-1\frac{1}{2}$	<u>$2\frac{1}{4}$</u>	$\frac{3}{4}$	0	$-\frac{3}{4}$	$-2\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	<u>$\frac{1}{4}$</u>	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$
0	0	0	<u>0</u>	0	0
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	<u>$\frac{1}{4}$</u>	$\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	<u>$2\frac{1}{4}$</u>

•	-0,6	-0,2	0	0,2	0,6
-0,6	<u>0,36</u>	0,12	0	-0,12	-0,36
-0,2	0,12	<u>0,04</u>	0	-0,04	-0,12
0	0	0	<u>0</u>	0	0
0,2	-0,12	-0,04	0	<u>0,04</u>	0,12
0,6	-0,36	-0,12	0	0,12	<u>0,36</u>

dodatni, większy; mniejszy; większy

20. Przegrał 2 razy.

21. -1, -2, -3, -5

Wyrażenia algebraiczne i równania

1. a) $x + \frac{x}{100}$, $101x$, b) $y + \frac{y}{12}$, $13y$, c) $a + \frac{a}{12}$, $65a$

2.

	Liczba zebranych grzybów		
Jurek	$2x + 6$	$y + 6$	z
Ania	$2x$	y	$z - 6$
Helena	x	$0,5y$	$0,5z - 3$
Razem	$5x + 6$	$2,5y + 6$	$2,5z - 9$

3. a) 14, b) 11, c) 46, d) $x + 1$, e) Jeśli Kinga odłoży jeden zielony patyczek, to liczba pomarańczowych patyczków jest 2 razy większa od liczby zielonych patyczków. Zatem jeśli użyje $2x$ pomarańczowych patyczków, to użyje $x + 1$ zielonych patyczków. Zatem łączna liczba patyczków to $2x + x + 1 = 3x + 1$.

4. 24, 57; 162, 342; $24n + 18$, $57n$; $6t + 2$

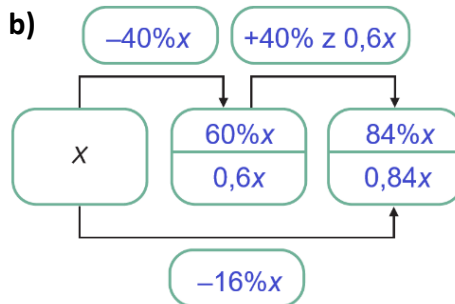
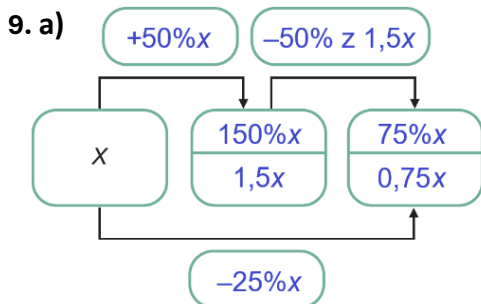
5.

Opis liczby	Liczba	Liczba o odwróconej kolejności cyfr
Liczba dwucyfrowa, której cyfra dziesiątek to 4, a cyfra jedności to t .	$40 + s$	$10s + 4$
Liczba dwucyfrowa, której cyfra dziesiątek to x , a cyfra jedności to 3.	$10x + 3$	$30 + x$
Liczba dwucyfrowa, której cyfra dziesiątek to a i cyfra jedności to a .	$11a$	$11a$
Liczba dwucyfrowa, której cyfra dziesiątek to x , a cyfra jedności jest o 3 większa od x .	$11x + 3$	$11x + 30$
Liczba trzycyfrowa, której cyfra setek, dziesiątek i jedności to y .	$111y$	$111y$

6. a) $4x + 6y$, $6xy$, b) $16b$, $12b^2$

7. a) $2xy + 2x + y + 1$, b) $2x^2 + y^2 + 3xy$

8. a) 8, 64, b) $6y$, $36y^2$, c) $\frac{1}{20}x$, $\frac{1}{400}x^2$, d) $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{4}a^2$



10. a) 11, **b)** 41, **c)** $3x - 3$, **d)** $y + 41$

11. b) 1555, 20 716, 62 145

12. 28, 40, 28

13. 2; 0,5; 32

14. Przykładowe rozwiązanie:

$$x = \frac{2}{3}, y = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{6}{7}, y = \frac{21}{2}, z = \frac{14}{3}$$

15. $3,5x$; $4,8x$; $8,3x$; $100 - 8,3x$

16.

	Początkowa liczba zwierząt	Liczba zwierząt pozostałych na podwórku	Liczba nóg zwierząt pozostałych na podwórku
Kury	x	$x - 5$	$2x - 10$
Gęsi	$x - 6$	$x - 6$	$2x - 12$
Kaczki	$2x$	x	$2x$
Koty	8	5	20
Pies	0	1	4
Razem		$3x - 5$	$6x + 2$

17. a) $(17x + 3)$ s,

b) Czas nadawania jest równy $20x + 2$, więc są 2 przerwy między literami, zatem wyraz składa się z 3 liter.

Czas nadawania kropek i kresek: $20x$

Czas nadawania 8 kropek: $8x$

$$20x - 8x = 12x$$

$$12x : 2x = 6$$

6 znaków musi być kreskami.

$$20x - 6 \cdot 3x = 2x$$

Zatem w zapisie wyrazu są dokładnie 2 kropki.

18. a) 9, 18, 6

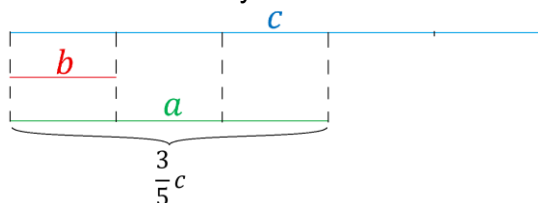
b)

	Krzyś	Aniela	O ile zł więcej ma Aniela?
Krzyś i Aniela mieli po x zł.	x	x	0 zł
Krzyś pożyczył Anieli 10 zł.	$x - 10$	$x + 10$	20 zł
Krzyś pożyczył Anieli jeszcze 5 zł.	$x - 15$	$x + 15$	30 zł
Aniela oddała Krzysiovi 14 zł.	$x - 1$	$x + 1$	2 zł

19.

$\frac{1}{2}a + 2b$	$\frac{1}{2}a - c$	$\frac{1}{2}a + b + c$
$\frac{1}{2}a + c$	$\frac{1}{2}a + b$	$2b + \frac{1}{2}a - c$
$b - c + \frac{1}{2}a$	$2b + c + \frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}a$

20. Uzasadnienie rysunkowe



Uzasadnienie algebraiczne

$$b = \frac{1}{3}a \text{ oraz } b = \frac{1}{5}c$$

$$\frac{1}{3}a = \frac{1}{5}c \quad | \cdot 3$$

$$a = \frac{3}{5}c$$

Liczba a stanowi $\frac{3}{5}$ liczby b .

21. a) x – wydatki pani Reni
 $x + 40$ – wydatki pani Wandy
 Równanie: $x + x + 40 = 300$

b)

x – wydatki pani Wandy
 $4x$ – wydatki pani Reni
 Równanie: $x + 4x = 400$

y – wydatki pani Wandy
 $y - 40$ – wydatki pani Reni
 równanie: $y + y - 40 = 300$

y – wydatki pani Reni
 $\frac{1}{4}y$ – wydatki pani Wandy
 Równanie: $y + \frac{1}{4}y = 400$

22. a)

	Szuflada I	Szuflada II
Liczba kredek na początku	$x + 12$	$x + 17$
Liczba kredek, które zostały w szufladzie	x	x

b) $x + 12 + x + 17 = 65$ lub $2x + 29 = 65$

23. a) $x, x + 6, x + 12, x + x + 6 + x + 12 = 60$ lub $3x + 18 = 60$

b) $x - 2, x, x + 2, x - 2 + x + x + 2 = 36$ lub $3x = 36$

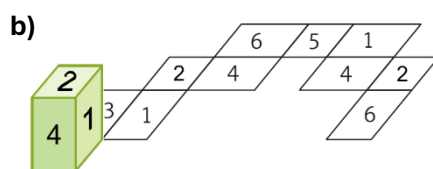
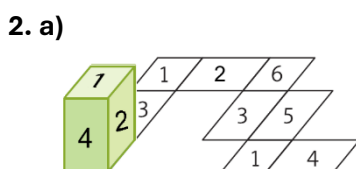
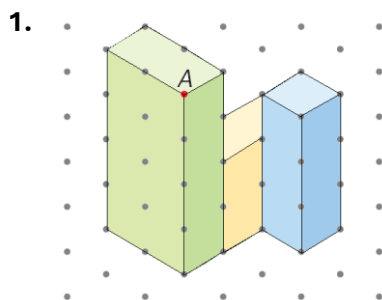
24. $3 + \frac{2k}{60} = 4 - \frac{k}{60}$ lub $180 + 2k = 240 - k$

$400 + s = 500 - 4s$ lub $4 + \frac{s}{100} = 5 - \frac{4s}{100}$

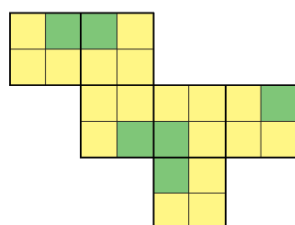
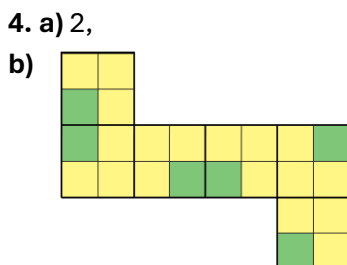
25. a) 16 cm, **b)** 15 m

26. a) 8000 drachonów, **b)** 12 000 drachonów

Figury przestrzenne



3. 4 godziny 10 minut



5. a) 27, b) 125, c) 64

6. a) 12 cm, b) 10 cm

7. O 0,6 cm

8. Przykładowe rozwiązanie:

Objętość zakupionego kawałka sera: $10 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 900 \text{ cm}^3$

Objętość pozostałego kawałka: $10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 300 \text{ cm}^3$

Przez 6 dni pani Ewa zjadła $900 \text{ cm}^3 - 300 \text{ cm}^3 = 600 \text{ cm}^3$, więc codziennie zjada po 100 cm^3 sera. Pozostały kawałek wystarczy jej na $300 : 100 = 3$ dni. Zatem ostatnią porcję sera pani Ewa zje w środę.

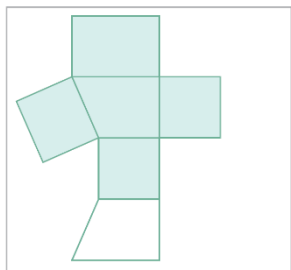
9. Mniejsza, 2, większe, 6

10. a) Suma pól powierzchni otrzymanych prostopadłościanów jest 2 razy większa od pola powierzchni tego sześcianu. b) Suma objętości otrzymanych prostopadłościanów jest równa objętości tego sześcianu.

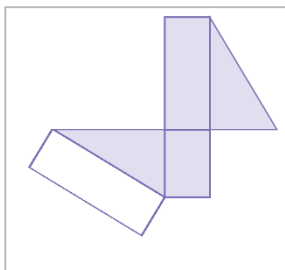
11. Przykładowe rozwiązanie:



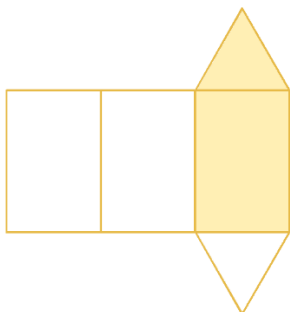
12. a)



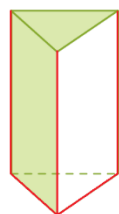
b)



13. a)



b)



14. 15 cm^2 , 102 cm^2 , 60 cm^3

15. a) I, IV, **b)** Pole powierzchni wszystkich schowanych ścian w bryle II jest równe 16 cm^2 , a w III – 12 cm^2 , więc druga bryła ma mniejsze pole powierzchni od pola powierzchni bryły III.

16. $7\frac{1}{2}$, 3 kg

17. a) 25 buteleczek, **b)** 50 ml

18. a) 25, 100, $2, \frac{1}{2}$, **b)** 20, $3, \frac{1}{2}$

19. Przykładowe rozwiązanie:

I sposób obliczenia pola podstawy

Dzielimy podstawę na 5 części: 2 prostokąty o wymiarach 4 cm i 16,5 cm, 2 trapezy o podstawach 16,5 cm i 11,5 cm oraz wysokości 2 cm oraz prostokąt o wymiarach 11,5 cm i 8 cm.

Obliczamy ich pola.

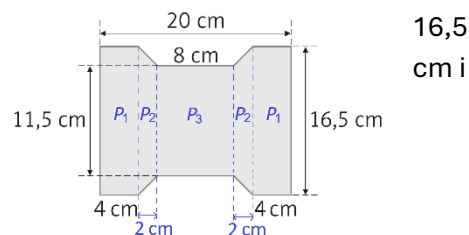
$$P_1 = 16,5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 66 \text{ cm}^2$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot (16,5 \text{ cm} + 11,5 \text{ cm}) \cdot 2 \text{ cm} = 28 \text{ cm}^2$$

$$P_3 = 11,5 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 92 \text{ cm}^2$$

Obliczamy pole podstawy.

$$P_p = 2 \cdot 66 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 28 \text{ cm}^2 + 92 \text{ cm}^2 = 280 \text{ cm}^2$$



II sposób obliczenia pola podstawy

Od pola prostokąta o wymiarach 20 cm x 16,5 cm odejmujemy pola dwóch wyciętych trapezów.

$$P_p = 20 \text{ cm} \cdot 16,5 \text{ cm} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (8 \text{ cm} + 12 \text{ cm}) \cdot 2,5 \text{ cm} = 280 \text{ cm}^2$$

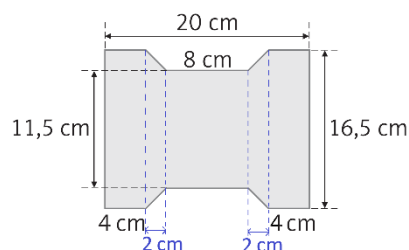
Obliczamy objętość.

$$V = 280 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 2240 \text{ cm}^3$$

Obliczamy masę.

$$2240 \cdot 2,3 = 5152 \text{ g} \approx 5 \text{ kg}$$

Zatem kostka ma masę około 5 kg.



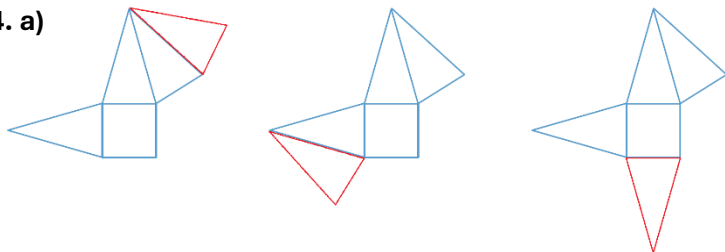
20. 1,6 cm, $\frac{1}{5}$

21. 272 cm³

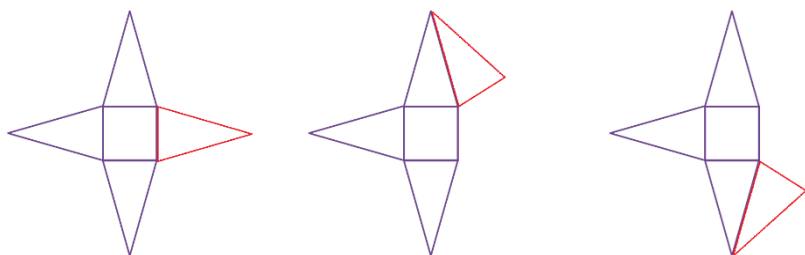
22. a) 60, 36, b) 20, 12

23. 1, 4

24. a)



b)



25. 12 krążków albo 3 kule i 2 krążki