

**Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej  
dla III klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony**

TEMAT	LICZBA GODZIN	WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
<b>WYRAŻENIA WYMIERNE 21 h – 25 h</b>		
Wyrażenia wymierne	2-3	<p><b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres podstawowy Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: <math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>;</li> <li>2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;</li> <li>3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.</li> </ol> <p><b>II. Wyrażenia algebraiczne.</b> Zakres rozszerzony Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) dzieli wielomian jednej zmiennej <math>W(x)</math> przez dwumian postaci <math>x - a</math>;</li> <li>2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;</li> <li>3) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;</li> <li>4) korzysta ze wzorów na: <math>a^3 + b^3</math>, <math>a^3 - b^3</math>, <math>a^n - b^n</math>, <math>(a + b)^n</math> i <math>(a - b)^n</math>.</li> </ol>
Równania wymierne	4-5	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres podstawowy Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) przekształca równania (...) w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie <math>\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}</math>.</li> </ol> <p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2) rozwiązuje równania (...) wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania (...) liniowego lub kwadratowego.</li> </ol>
Nierówności wymierne	4	<p><b>III. Równania i nierówności.</b> Zakres rozszerzony Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) rozwiązuje (...) nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</li> <li>2) rozwiązuje (...) nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do nierówności (...) liniowej lub kwadratowej.</li> </ol>
Przekształcanie wyrażeń algebraicznych	3	<p><b>VI.* Równania z jedną niewiadomą.</b> Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych(...) i fizycznych(...).</li> </ol>
Hiperbola. Przesuwanie hiperboli	3-4	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</li> </ol>

		<p>4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;</p> <p>12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>;</p> <p>13) posługuje się funkcją <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Zakres rozszerzony.</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykresy funkcji <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>.</p>
Funkcje wymierne	2-3	<p><b>V. Funkcje.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>;</p> <p>13) posługuje się funkcją <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, w tym jej wykresem (...).</p> <p><b>V. Funkcje.</b> Zakres rozszerzony</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykresy funkcji <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</p> <p>3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja <math>f(x) = \frac{x-1}{x+2}</math> jest monotoniczna w przedziale <math>(-\infty, -2)</math>.</p>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
<b>CIĄGI 27 h – 30 h</b>		
Przykłady ciągów	2	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</p> <p>2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;</p> <p>3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący.</p>
Ciąg arytmetyczny	3	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;</p> <p>4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (...);</p> <p>5) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu arytmetycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (...) do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy</p> <p>5. Wzór na <math>n</math>-ty wyraz (...) ciągu arytmetycznego (...).</p>
Suma wyrazów ciągu arytmetycznego	2-3	<p><b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy</p> <p>Uczeń:</p> <p>5) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (...), do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p>

		<b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy 5. Wzór (...) sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (...).
Ciąg geometryczny	3	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie; 4) sprawdza, czy dany ciąg jest (...) geometryczny; 6) stosuje wzór na $n$ -ty wyraz (...) ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy 5. Wzór na $n$ -ty wyraz (...) ciągu (...) geometrycznego.
Suma wyrazów ciągu geometrycznego	2-3	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 6) stosuje wzór na $n$ -ty wyraz i na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy 5. Wzór na (...) sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu (...) geometrycznego.
Procent prosty i procent składany	4	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 5) stosuje wzór (...) na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 6) stosuje wzór (...) na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.
Granice ciągów	2	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$ , $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach.
Obliczanie granic	3-4	
Szereg geometryczny	3	<b>VI. Ciągi.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
<b>PODOBIENSTWO FIGUR 13 h – 16 h</b>		
Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa	2-3	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony

		2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Wielokąty podobne	2-3	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Cechy podobieństwa trójkątów	2	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Cechy podobieństwa trójkątów (cd.)	2-3	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów. <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres podstawowy 7. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Pola figur podobnych	2	<b>VIII. Planimetria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Talesa; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych. <b>VIII. Planimetria.</b> Zakres rozszerzony 2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
<b>FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE 30 h – 36 h</b>		
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	1	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od $0^\circ$ do $180^\circ$ , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ .
Kąty o miarach dodatnich i ujemnych	1	<b>X. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie</b> Uczeń: 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;

**Matematyka z plusem** dla szkoły ponadpodstawowej

		3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).
Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	2	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi	2-3	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ .
Wykres funkcji $y = \sin \alpha$	1-2	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus(...); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Wykres funkcji $y = \cos \alpha$	1-2	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (...) cosinus, (...); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$	1-2	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (...) tangens; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Wzory redukcyjne	3	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych.
Powtórzenie i sprawdzian	2	
Miara łukowa kąta	2	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie.
Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	2	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Funkcje o wzorach $y = \sin ax$ , $y = a \sin x \dots$	2-3	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens; 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
Równania trygonometryczne	4-5	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;

**Matematyka z plusem** dla szkoły ponadpodstawowej

		6) rozwiązuje równania trygonometryczne.
Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów	3	<b>VII. Trygonometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych. <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony 5. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
<b>GEOMETRIA ANALITYCZNA 17 h – 20 h</b>		
Punkty i odcinki w układzie współrzędnych	3	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; 5) wyznacza obrazy (...) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych). <b>X*. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.</b> Uczeń: 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.
Równanie prostej	2-3	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej). <b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej.
Równanie prostej (cd.)	3	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej). <b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej.
Równanie okręgu	3-4	<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej); 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ .

		<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do danego okręgu.
Interpretacja geometryczna układu równań	3-4	<b>IV. Układy równań.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) (...) podaje interpretacje geometryczne układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych. <b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej; 3) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów. <b>IV. Układy równań.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	
<b>STEREOMETRIA 21 h – 23 h</b>		
Wielościany i inne figury przestrzenne	3-4	<b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (...) oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (...), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.
Figury obrotowe i inne figury przestrzenne	4	<b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (...), oblicza miary tych kątów; 5) oblicza objętości i pola powierzchni (...) walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.
Proste i płaszczyzny w przestrzeni	4	<b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się; 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami; 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów; 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów. <b>X. Stereometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych. <b>Twierdzenia, dowody.</b> Zakres rozszerzony.

**Matematyka z plusem** dla szkoły ponadpodstawowej

		10. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny. 11. Twierdzenie o trzech prostopadłych.
Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów	4	<b>X. Stereometria.</b> Zakres rozszerzony Uczeń: 2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.
Bryły podobne	3-4	<b>X. Stereometria.</b> Zakres podstawowy Uczeń: 6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	

\* Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

(...) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)