**Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej**

**dla III klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **TEMAT** | **LICZBA GODZIN** | | **WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE  Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ** |
| **WYRAŻENIA WYMIERNE 21 h – 25 h** | | | |
| Wyrażenia wymierne | | 2-3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: , , ;  2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;  3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.  **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian postaci ;  2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;  3) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;  4) korzysta ze wzorów na:, , , i . |
| Równania wymierne | | 4-5 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) przekształca równania (…) w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie .  **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) rozwiązuje równania (…) wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania (…) liniowego lub kwadratowego. |
| Nierówności wymierne | | 4 | **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) rozwiązuje (…) nierówności wielomianowe typu: , , , dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;  2) rozwiązuje (…) nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do nierówności (…) liniowej lub kwadratowej. |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | | 3 | **VI.\* Równania z jedną niewiadomą.**  Uczeń:  5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych(…) i fizycznych(…). |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | | 3-4 | **V. Funkcje.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;  4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;  12) na podstawie wykresu funkcji szkicuje wykresy funkcji , ;  13) posługuje się funkcją , w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.  **V. Funkcje.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  1) na podstawie wykresu funkcji rysuje wykresy funkcji , . |
| Funkcje wymierne | | 2-3 | **V. Funkcje.** Zakres podstawowy  Uczeń:  12) na podstawie wykresu funkcji szkicuje wykresy funkcji i , ;  13) posługuje się funkcją , w tym jej wykresem (…).  **V. Funkcje.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) na podstawie wykresu funkcji rysuje wykresy funkcji ;  3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja jest monotoniczna w przedziale (−∞, −2). |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | | 3 |  |
| **CIĄGI 27 h – 30 h** | | | |
| Przykłady ciągów | | 2 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy  Uczeń:  1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;  2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;  3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący. |
| Ciąg arytmetyczny | | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy  Uczeń:  2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;  4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (…);  5) stosuje wzór na -ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego;  7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (…) do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  5. Wzór na -ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego (…). |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | | 2-3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy  Uczeń:  5) stosuje wzór na -ty wyraz i na sumę  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;  7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (…), do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  5. Wzór (…) sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (…). |
| Ciąg geometryczny | | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy  Uczeń:  2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;  4) sprawdza, czy dany ciąg jest (…) geometryczny;  6) stosuje wzór na -ty wyraz (…) ciągu geometrycznego;  7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  5. Wzór na -ty wyraz (…) ciągu (…) geometrycznego. |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | | 2-3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy  Uczeń:  6) stosuje wzór na -ty wyraz i na sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;  7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  5. Wzór na (…) sumę początkowych wyrazów ciągu (…) geometrycznego. |
| Procent prosty i procent składany | | 4 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy  Uczeń:  5) stosuje wzór (…) na sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;  6) stosuje wzór (…) na sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;  7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. |
| Granice ciągów | | 2 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach. |
| Obliczanie granic | | 3-4 |
| Szereg geometryczny | | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | | 3 |  |
| **PODOBIEŃSTWO FIGUR 13 h – 16 h** | | | |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | | 2-3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  7) stosuje twierdzenie Talesa.  **VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony  2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Wielokąty podobne | | 2-3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  7) stosuje twierdzenie Talesa.  **VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony  2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Cechy podobieństwa trójkątów | | 2 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  7) stosuje twierdzenie Talesa;  8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.  **VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony  2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | | 2-3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  7) stosuje twierdzenie Talesa;  8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  7. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym.  **VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony  2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Pola ﬁgur podobnych | | 2 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  7) stosuje twierdzenie Talesa;  8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;  9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych.  **VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony  2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | | 3 |  |
| **FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE 30 h – 36 h** | | | |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | | 1 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od do , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów , , . |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | | 1 | **X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie**  Uczeń:  2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;  3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku). |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) korzysta z wzorów , . |
| Wykres funkcji | | 1-2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus(…);  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Wykres funkcji | | 1-2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) cosinus, (…);  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Wykres funkcji | | 1-2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) tangens;  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Wzory redukcyjne | | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych. |
| Powtórzenie i sprawdzian | | 2 |  |
| Miara łukowa kąta | | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie. |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie;  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Funkcje o wzorach , ... | | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens;  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Równania trygonometryczne | | 4-5 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;  4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;  6) rozwiązuje równania trygonometryczne. |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony  5. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | | 3 |  |
| **GEOMETRIA ANALITYCZNA 17 h – 20 h** | | | |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy  Uczeń:  3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;  5) wyznacza obrazy (…) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).  **X\*. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek. |
| Równanie prostej | | 2-3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;  2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).  **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej. |
| Równanie prostej (cd.) | | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).  **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej. |
| Równanie okręgu | | 3-4 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej);  4) posługuje się równaniem okręgu .  **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do zadanego okręgu. |
| Interpretacja geometryczna układu równań | | 3-4 | **IV. Układy równań.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) (…) podaje interpretacje geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.  **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;  3) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów.  **IV. Układy równań.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż . |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | | 3 |  |
| **STEREOMETRIA 21 h – 23 h** | | | |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | | 3-4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;  5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń. |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…), oblicza miary tych kątów;  5) oblicza objętości i pola powierzchni (…) walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń. |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;  2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.  **X. Stereometria**. Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony.  10. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny.  11. Twierdzenie o trzech prostopadłych. |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | | 4 | **X. Stereometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii. |
| Bryły podobne | | 3-4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowy  Uczeń:  6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | | 3 |  |

**\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

(…) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)