**Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej**

**dla III klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TEMAT** | **LICZBAGODZIN** | **WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ**  |
| **WYRAŻENIA WYMIERNE 21 h – 25 h** |
| Wyrażenia wymierne | 2-3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowyUczeń:1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $\left(a+b\right)^{2}$, $\left(a-b\right)^{2}$, $a^{2 }-b^{2}$;2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.**II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzonyUczeń:1) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x) $przez dwumian postaci $x- a$;2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;3) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;4) korzysta ze wzorów na:$ a^{3 }+b^{3}$, $a^{3 }-b^{3}$, $a^{n }-b^{n}$, $\left(a+b\right)^{n}$ i $\left(a-b\right)^{n}$. |
| Równania wymierne | 4-5 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowyUczeń:1) przekształca równania (…) w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1}=\frac{x+3}{2x-1}$.**III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzonyUczeń:2) rozwiązuje równania (…) wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania (…) liniowego lub kwadratowego. |
| Nierówności wymierne | 4 | **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzonyUczeń:1) rozwiązuje (…) nierówności wielomianowe typu: $W\left(x\right)>0$, $W\left(x\right)\geq 0$, $W\left(x\right)<0$, $W\left(x\right)\leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;2) rozwiązuje (…) nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do nierówności (…) liniowej lub kwadratowej. |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 | **VI.\* Równania z jedną niewiadomą.** Uczeń:5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych(…) i fizycznych(…). |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 3-4 | **V. Funkcje.** Zakres podstawowyUczeń:2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;12) na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y=f\left(x-a\right)$, $y=f\left(x\right)+b$;13) posługuje się funkcją $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.**V. Funkcje.** Zakres rozszerzony.Uczeń:1) na podstawie wykresu funkcji $y=f \left(x\right)$ rysuje wykresy funkcji $y=-f\left(x\right)$, $y=f(-x)$. |
| Funkcje wymierne | 2-3 | **V. Funkcje.** Zakres podstawowyUczeń:12) na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ szkicuje wykresy funkcji i $y=f\left(x-a\right)$, $y=f\left(x\right)+b$;13) posługuje się funkcją $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$, w tym jej wykresem (…).**V. Funkcje.** Zakres rozszerzonyUczeń:1) na podstawie wykresu funkcji $y =f \left(x\right)$ rysuje wykresy funkcji $y =- f \left(x\right), y=f (-x)$;3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f\left(x\right)=\frac{x-1}{x+2 } $jest monotoniczna w przedziale (−∞, −2). |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **CIĄGI 27 h – 30 h** |
| Przykłady ciągów | 2 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowy Uczeń:1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący. |
| Ciąg arytmetyczny | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowyUczeń:2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (…);5) stosuje wzór na $n$-ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (…) do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy5. Wzór na $n$-ty wyraz (…) ciągu arytmetycznego (…). |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 2-3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowyUczeń:5) stosuje wzór na $n$-ty wyraz i na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych (…), do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy5. Wzór (…) sumę $n$początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (…). |
| Ciąg geometryczny | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowyUczeń:2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;4) sprawdza, czy dany ciąg jest (…) geometryczny;6) stosuje wzór na $n$-ty wyraz (…) ciągu geometrycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy5. Wzór na $n$-ty wyraz (…) ciągu (…) geometrycznego. |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 2-3 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowyUczeń:6) stosuje wzór na $n$-ty wyraz i na sumę $n$początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy5. Wzór na (…) sumę $n$początkowych wyrazów ciągu (…) geometrycznego. |
| Procent prosty i procent składany | 4 | **VI. Ciągi**. Zakres podstawowyUczeń:5) stosuje wzór (…) na sumę $n$początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;6) stosuje wzór (…) na sumę $n$początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym. |
| Granice ciągów | 2 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzonyUczeń:1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}, \sqrt[n]{a}$oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach. |
| Obliczanie granic | 3-4 |
| Szereg geometryczny | 3 | **VI. Ciągi**. Zakres rozszerzonyUczeń:2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **PODOBIEŃSTWO FIGUR 13 h – 16 h** |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 2-3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowyUczeń:7) stosuje twierdzenie Talesa.**VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Wielokąty podobne | 2-3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowyUczeń:7) stosuje twierdzenie Talesa.**VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowyUczeń:7) stosuje twierdzenie Talesa;8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.**VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 2-3 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowyUczeń:7) stosuje twierdzenie Talesa;8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.**Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy7. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. **VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Pola ﬁgur podobnych | 2 | **VIII. Planimetria**. Zakres podstawowyUczeń:7) stosuje twierdzenie Talesa;8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych.**VIII. Planimetria**. Zakres rozszerzony2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE 30 h – 36 h** |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | 1 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowyUczeń:1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od $0°$ do $180°$, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30°$, $45°$, $60°$. |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 | **X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie**Uczeń:2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku). |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowyUczeń:2) korzysta z wzorów $sin^{2}α+cos^{2}α=1$, $tg α=\frac{\sin(α)}{\cos(α)}$. |
| Wykres funkcji$$y=sin α$$ | 1-2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus(…);3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Wykres funkcji$$y=cos α$$ | 1-2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) cosinus, (…);3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Wykres funkcji$$y=tg α$$ | 1-2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: (…) tangens;3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Wzory redukcyjne | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony Uczeń:4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych. |
| Powtórzenie i sprawdzian | 2 |  |
| Miara łukowa kąta | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie. |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | 2 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie;3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Funkcje o wzorach$y=\sin(ax)$,$y=a\sin(x)$... | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens;3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| Równania trygonometryczne | 4-5 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;6) rozwiązuje równania trygonometryczne. |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzonyUczeń:5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych.**Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony5. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **GEOMETRIA ANALITYCZNA 17 h – 20 h** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowyUczeń:3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;5) wyznacza obrazy (…) wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).**X\*. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.** Uczeń:4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek. |
| Równanie prostej | 2-3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowyUczeń:1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzonyUczeń:4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej. |
| Równanie prostej (cd.) | 3 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowyUczeń:2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzonyUczeń:4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej. |
| Równanie okręgu | 3-4 | **IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres podstawowyUczeń:2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej);4) posługuje się równaniem okręgu $\left(x-a\right)^{2}+\left(y-b\right)^{2}=r^{2}$.**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzonyUczeń:4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do zadanego okręgu. |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 3-4 | **IV. Układy równań.** Zakres podstawowyUczeń:1) (…) podaje interpretacje geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.**IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.** Zakres rozszerzonyUczeń:2) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;3) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów.**IV. Układy równań.** Zakres rozszerzonyUczeń:rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż $\left\{\begin{array}{c}x^{2}+y^{2}+ax+by=c\\x^{2}+y^{2}+dx+ey=f\end{array}\right.$. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **STEREOMETRIA 21 h – 23 h** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 3-4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowyUczeń:3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń. |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowyUczeń:4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…), oblicza miary tych kątów;5) oblicza objętości i pola powierzchni (…) walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń. |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowyUczeń:1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.**X. Stereometria**. Zakres rozszerzonyUczeń:1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych.**Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony. 10. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny.11. Twierdzenie o trzech prostopadłych.  |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 | **X. Stereometria.** Zakres rozszerzony Uczeń: 2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii. |
| Bryły podobne  | 3-4 | **X. Stereometria**. Zakres podstawowyUczeń:6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |

**\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

 (…) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)