**Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej**

**dla II klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TEMAT** | **LICZBA GODZIN** | **WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE  Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ** |
| **WIELOMIANY 16 h – 22 h** | | |
| Przykłady wielomianów | 2-3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych. |
| Rozkład wielomianu na czynniki | 2-3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: , , ;  3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.  **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;  5) korzysta ze wzorów na:, , , , . |
| Równania wielomianowe | 2-3 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy  Uczeń:  5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.  **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania. |
| Dzielenie wielomianów | 2-3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian postaci .  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony  3. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia. |
| Twierdzenie Bézouta | 2-3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  3) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych. |
| Równania wielomianowe (cd.) | 3-4 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  3) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych.  **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy  Uczeń:  5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.  **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 1 17 h – 20 h** | | |
| Kąty. Kąty w trójkątach i czworokątach | 3-4 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);  3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;  6) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;  11) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Podstawowe własności trójkątów | 2-3 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  5) zna nierówność trójkąta i wie, kiedy zachodzi równość.  **IX.\* Wielokąty.**  Uczeń:  2) stosuje wzory na pole trójkąta (…), a także do wyznaczania długości odcinków.  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) (…) stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;  11) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa | 3-4 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) rozpoznaje trójkąty (…) prostokątne (…) przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa) **(**…);  11) przeprowadza dowody geometryczne.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  10. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. |
| Własności trójkątów (cd.) | 3 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów.  **XV.\* Symetrie.**  Uczeń:  1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;  2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta (…).  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: (…) ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;  11) przeprowadza dowody geometryczne.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony  7. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:  a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie i (jako wniosek) proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie,  b) środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie. |
| Własności czworokątów | 3 | **IX.\* Wielokąty.**  Uczeń:  2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków.  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;  11) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FUNKCJE 22 h – 28 h** | | |
| Funkcje wielomianowe | 3-4 | **V. Funkcje**. Zakres podstawowy  Uczeń:  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (…) wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (…), wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;  5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;  6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;  9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie. |
| Nierówności wielomianowe | 2-3 | **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) rozwiązuje (…) nierówności wielomianowe typu: , , , dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania. |
| Funkcje wielomianowe (cd.) | 2-3 | **V. Funkcje**. Zakres podstawowy  Uczeń:  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (…) wykresu, wzoru (…);  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (…) wykresów, wzorów (…);  4) odczytuje z wykresu funkcji: (…) miejsca zerowe, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby (…). |
| Nierówności wielomianowe (cd.) | 3-4 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.  **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  1) rozwiązuje (…) nierówności wielomianowe typu: , , , dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania. |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna | 4 | **I. Liczby rzeczywiste.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykonuje działania (…, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;  9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem (…).  **V. Funkcje**. Zakres podstawowy  Uczeń:  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (…) wykresu, wzoru (…). |
| Równania wykładnicze i logarytmiczne | 3-4 | **I. Liczby rzeczywiste.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykonuje działania (…, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;  9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.  **I. Liczby rzeczywiste.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.  **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny. |
| Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych | 2-3 | **V Funkcje**. Zakres podstawowy  Uczeń:  14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi. |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 2 16 h – 21 h** | | |
| Pole koła. Długość okręgu | 2-3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów (…) w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;  6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu. |
| Własności kątów środkowych i kątów wpisanych | 2-3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  6. Twierdzenie o kątach w okręgu:  a) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku,  b) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach. |
| Proste i okręgi | 3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wyznacza (…) długości (…) odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa. |
| Okrąg opisany na wielokącie | 2-3 | **XV.\* Symetrie. Uczeń:**  1) rozpoznaje symetralną odcinka (…);  2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka (…).  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie (…) środek okręgu opisanego na trójkącie, ( …) oraz korzysta z ich własności.  **VIII. Planimetria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg (…).  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony  7. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:  a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie (…);  8) Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg. |
| Okrąg wpisany w wielokąt | 2-3 | **XV.\* Symetrie. Uczeń:**  1) rozpoznaje (…) dwusieczną kąta;  2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności (…) dwusiecznej kąta (…).  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, ( …) oraz korzysta z ich własności.  **VIII. Planimetria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  stosuje własności czworokątów (…) opisanych na okręgu.  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony  9. Twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu. |
| Własności wielokątów. Wielokąty foremne | 2-3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;  11) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **TRYGONOMETRIA 24 h – 30 h** | | |
| Tangens kąta ostrego | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: (…) tangens dla kątów od do , (…). |
| Sinus i cosinus kąta ostrego | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od do , (…). |
| Obliczenia trygonometryczne | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od do , (…). |
| Zastosowania trygonometrii | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  4) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych). |
| Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30⁰,45⁰ i 60⁰ | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) (…) wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów , , ;  4) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).  **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  8) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty). |
| Związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  4) korzysta z wzorów , . |
| Funkcje trygonometryczne kątów od 0⁰ do 180⁰ | 3 | **V. Funkcje**. Zakres podstawowy  Uczeń:  5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.  **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów , , ;  3) stosuje (…) wzór na pole trójkąta .  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  9. Wzór na pole trójkąta . |
| Twierdzenie sinusów | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres rozszerzony  Uczeń:  7) stosuje twierdzenie sinusów;  8) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).  **Twierdzenia, dowody.** Zakres rozszerzony  6. Twierdzenie sinusów. |
| Twierdzenie cosinusów | 2-3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  3) stosuje twierdzenie cosinusów (…);  **Twierdzenia, dowody.** Zakres podstawowy  10. Twierdzenie cosinusów (…). |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FIGURY W PRZESTRZENI 13 h – 18 h** | | |
| Graniastosłupy | 2-3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;  6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii. |
| Ostrosłupy | 2-3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;  5) oblicza objętości i pola powierzchni (…) ostrosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii. |
| Walec | 2-3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…), oblicza miary tych kątów;  5) oblicza objętości i pola powierzchni (…) walca (…) również z  wykorzystaniem trygonometrii. |
| Stożek | 2-3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…) (np. kąt rozwarcia stożka) (…), oblicza miary tych kątów;  5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii. |
| Kula | 2-3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy  Uczeń:  5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń. |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **STATYSTYKA 9 h – 10 h** | | |
| Przybliżenia | 1-2 | **I.\*\* Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym**.  Uczeń:  4) zaokrągla liczby naturalne.  **IV.\*\* Ułamki zwykłe i dziesiętne.**  Uczeń:  11) w sytuacjach praktycznych zaokrągla ułamki dziesiętne do co najwyżej drugiego miejsca po przecinku. |
| Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta | 3 | **XIII.\* Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.**  Uczeń:  1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (…).  **XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  2) oblicza średnią arytmetyczną, (…) znajduje medianę i dominantę. |
| Średnia ważona | 2 | **XIII.\* Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.**  Uczeń:  1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (…).  **XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.** Zakres podstawowy  Uczeń:  2) oblicza (…) średnią ważoną, (…). |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |

**\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

**\*\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas IV-VI

(…) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)