**Rozkład materiału a wymagania podstawy programowej**

**dla II klasy czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Zakres rozszerzony**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TEMAT** | **LICZBA GODZIN LEKCYJNYCH** | **WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE  Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z 30.I.2018 r.** |
| **WIELOMIANY** | | |
| Przykłady wielomianów | 3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych; |
| Rozkład wielomianu na czynniki | 3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) stosuje wzory skróconego mnożenia na:  3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;  4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu  ;  **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  3) korzysta ze wzorów na: |
| Równania wielomianowe | 3 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;  6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania; |
| Dzielenie wielomianów | 3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  6) dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian postaci  ;  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  5. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia. |
| Twierdzenie Bézouta | 3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;  **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współ-czynnikach całkowitych; |
| Równania wielomianowe (cd.) | 3 | **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o  współczynnikach całkowitych;  **II. Wyrażenia algebraiczne.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współ-czynnikach całkowitych;  **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania; |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 1** | | |
| Kąty. Kąty w trójkątach i czworokątach | 4 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);  3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;  5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);  7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;  12) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Podstawowe własności trójkątów | 3 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  6) zna nierówność trójkąta i wie, kiedy zachodzi równość;  **IX.\* Wielokąty.**  Uczeń:  2) stosuje wzory na pole trójkąta (…), a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:  a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm (…)  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  2) (…) stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;  12) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa | 4 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa  (bez twierdzenia odwrotnego);  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  2) rozpoznaje trójkąty (…) prostokątne (…) przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa **(**…);  12) przeprowadza dowody geometryczne.  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  12. (…) twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. |
| Własności trójkątów (cd.) | 3 | **VIII.\* Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.**  Uczeń:  4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;  **XV\*. Symetrie.** Uczeń:  1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;  2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta (…);  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  7) stosuje twierdzenia: (…), o dwusiecznej kąta (…);  10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: (…) ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;  12) przeprowadza dowody geometryczne.  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  9. Twierdzenie o dwusiecznej. Jeśli prosta *CD* jest dwusieczną kąta *ACB* w trójkącie *ABC* i punkt *D* leży na boku *AB*, to  **Twierdzenia, dowody –** zakres rozszerzony**.**  5. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:  a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie i (jako wniosek) proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie,  b) środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie. |
| Własności czworokątów | 3 | **IX.\* Wielokąty.**  Uczeń:  2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:  a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,  b) przekątne rombu *ABCD* mają długości  *AC* 8 dm i *BD* 10 dm. Przekątną *BD* rombu przedłużono do punktu *E* w taki sposób, że odcinek *BE* jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta *CDE*. (zadanie ma dwie odpowiedzi);  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;  12) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FUNKCJE** | | |
| Funkcje wielomianowe | 3 | **V. Funkcje**. Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (…) wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);  2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (…), wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;  5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;  6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;  9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; |
| Nierówności wielomianowe | 3 | **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: *W*(*x*) > 0, *W*(*x*) ≥ 0, *W*(*x*) < 0, *W*(*x*) ≤ 0 dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania; |
| Funkcje wielomianowe (cd.) | 3 | **V. Funkcje**. Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (…) wykresu, wzoru (…)  3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą (…) wykresów, wzorów (…)  4) odczytuje z wykresu funkcji: (…) miejsca zerowe, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby (…) |
| Nierówności wielomianowe (cd.) | 4 | **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;  **III. Równania i nierówności.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: *W*(*x*) > 0, *W*(*x*) ≥ 0, *W*(*x*) < 0, *W*(*x*) ≤ 0 dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania; |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna | 4 | **I. Liczby rzeczywiste.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wykonuje działania (…, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;  9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem (…);  **V. Funkcje**. Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą (…) wykresu, wzoru (…); |
| Równania wykładnicze i logarytmiczne | 4 | **I. Liczby rzeczywiste.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wykonuje działania (…, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;  9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.;  **I. Liczby rzeczywiste.** Zakres rozszerzony.  Uczeń:  stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.  **III. Równania i nierówności.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny; |
| Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych | 3 | **V Funkcje**. Zakres podstawowy.  Uczeń:  14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi; |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 2** | | |
| Pole koła. Długość okręgu | 3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów (…) w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;  6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu; |
| Własności kątów środkowych i kątów wpisanych | 3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  7. Twierdzenie o kątach w okręgu:  1) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku;  2) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach. |
| Proste i okręgi | 3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wyznacza (…) długości (…) odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;  7) stosuje twierdzenia:( …), o kącie między styczną a cięciwą; |
| Okrąg opisany na wielokącie. | 3 | **XV\*. Symetrie. Uczeń:**  1) rozpoznaje symetralną odcinka (…);  2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka (…);  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie (…) środek okręgu opisanego na trójkącie, ( …) oraz korzysta z ich własności;  **VIII. Planimetria. Z**akres rozszerzony  Uczeń:  stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg (…)  **Twierdzenia, dowody –** zakres rozszerzony  5. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:  a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie (…)  6. Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg. Czworokąt wypukły *ABCD* można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy  ∠*BAD* + ∠*BCD* = ∠*ABC* + ∠*ADC* =180°. |
| Okrąg wpisany w wielokąt | 3 | **XV\*. Symetrie. Uczeń:**  1) rozpoznaje (…) dwusieczną kąta;  2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności (…) dwusiecznej kąta (…);  **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, ( …) oraz korzysta z ich własności;  **VIII. Planimetria. Z**akres rozszerzony  Uczeń:  stosuje własności czworokątów (…) opisanych na okręgu  **Twierdzenia, dowody –** zakres rozszerzony  7. Twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu. W czworokąt wypukły można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy  |*AB|*+ |*CD|*= |*AD|*+ |*BC|* . |
| Własności wielokątów. Wielokąty foremne | 3 | **VIII. Planimetria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;  12) przeprowadza dowody geometryczne. |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **TRYGONOMETRIA** | | |
| Tangens kąta ostrego | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: (…) tangens dla kątów od 0do 180, (…); |
| Sinus i cosinus kąta ostrego | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° ,(…); |
| Obliczenia trygonometryczne | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , (…);  2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;  3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej; |
| Zastosowania trygonometrii | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty); |
| Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30⁰,45⁰ i 60⁰ | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  1) (…) wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;  6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty); |
| Związki między funkcjami trygonometrycznymi | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  4) korzysta z wzorów ; |
| Funkcje trygonometryczne kątów od 0⁰ do 180⁰ | 3 | **V. Funkcje**. Zakres podstawowy.  Uczeń:  5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;  **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń:  1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;  2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;  3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;  5) stosuje (…) wzór na pole trójkąta ;  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  Wzór na pole trójkąta ; |
| Twierdzenie sinusów | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń:  5) stosuje twierdzenia sinusów (…)  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  11. Twierdzenie sinusów; |
| Twierdzenie cosinusów | 3 | **VII. Trygonometria.** Zakres podstawowy. Uczeń:  5) stosuje twierdzenia (…) cosinusów (…);  **Twierdzenia, dowody –** zakres podstawowy.  12. Twierdzenie cosinusów |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **FIGURY W PRZESTRZENI** | | |
| Graniastosłupy | 3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;  6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Ostrosłupy | 3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) (…) oblicza miary tych kątów;  6) oblicza objętości i pola powierzchni (…) ostrosłupów, (…), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Walec | 3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…), oblicza miary tych kątów;  6) oblicza objętości i pola powierzchni (…) walca (…) również z  wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Stożek | 3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami (…) (np. kąt rozwarcia stożka) (…), oblicza miary tych kątów;  6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Kula | 3 | **X. Stereometria.** Zakres podstawowy.  Uczeń:  6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; |
| Powtórzenie,  praca klasowa i jej omówienie | 3 |  |
| **STATYSTYKA** | | |
| Przybliżenia | 2 | **I\*\*. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym**. Uczeń:  4) zaokrągla liczby naturalne;  **IV\*\*. Ułamki zwykłe i dziesiętne.** Uczeń:  11) zaokrągla ułamki dziesiętne; |
| Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta | 2 | **XIII.\* Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.** Uczeń:  1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (…);  **XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.** Zakres podstawowy. Uczeń:  2) stosuje skalę centylową;  3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę; |
| Średnia ważona | 2 | **XIII.\* Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.** Uczeń:  1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, (…);  **XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.** Zakres podstawowy. Uczeń:  3) oblicza (…) średnią ważoną, (…); |
| Odchylenie standardowe | 2 | **XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.** Zakres podstawowy. Uczeń:  4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypad-ku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych; |
| Powtórzenie i praca klasowa | 2 |  |

**\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas VII-VIII

**\*\*** Zagadnienia z podstawy programowej dla szkoły podstawowej dla klas IV-VI

(…) Oznacza, że zapis z podstawy został skrócony – pominięte zostały te treści, które nie są realizowane przy danym zagadnieniu (zostały uwzględnione wcześniej, albo będą uzupełnione później)