

Małgorzata Dobrowolska Marcin Karpiński Jacek Lech

Matematyka z plusem

Program nauczania matematyki dla liceum i technikum
Zakres podstawowy oraz rozszerzony

Dostosowany do podstawy programowej z dn. 30.01.2018 r. ze zmianami z dn. 28.06.2024 r.



Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2024 r.

SPIS TREŚCI

Uwagi wstępne.....	2
Cele kształcenia	3
Treści nauczania	8
Opis założonych osiągnięć ucznia	13
Aspekty wychowawcze szczegółowych wymagań edukacyjnych	25
Ramowy rozkład materiału	27
Propozycje metod nauczania	28
Procedury osiągnięcia celów	29
Warunki realizacji programu	30

UWAGI WSTĘPNE

Program *Matematyka z plusem* jest wynikiem doświadczeń nauczycieli szkół średnich różnego profilu (w tym międzynarodowej matury) oraz autorów i redaktorów książek dla wszystkich etapów kształcenia wydawanych przez Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe.

Wiele z elementów tego stylu nauczania matematyki autorzy programu przetestowali w swojej pracy pedagogicznej.

Program przeznaczony jest dla wszystkich szkół ponadpodstawowych kończących się maturą. Zawiera on więc zarówno zakres podstawowy, jak i rozszerzony. Kursywą oznaczono treści dotyczące zakresu rozszerzonego. Podstawową cechą odróżniającą zakres rozszerzony od zakresu podstawowego stanowią nie tylko dodatkowe treści, ale także większy nacisk na ścisłość języka i znajomość zagadnień teoretycznych.

Program został skonstruowany tak, aby w pierwszej klasie nauczyciel pracujący z uczniami, pochodzącymi z różnych szkół i nauczonymi według różnych programów, mógł rozpocząć nauczanie od powtórzenia, uzupełnienia i ugruntowania wiadomości ze szkoły podstawowej potrzebnych do dalszej nauki. Z kolei w klasie czwartej stosunkowo mniejsza ilość materiału pozwala zakończyć realizację programu przed egzaminem maturalnym. Program może być stosowany niezależnie od tego, jakie programy realizowali uczniowie w szkole podstawowej. Do programu przygotowane zostały podręczniki (odrębne dla zakresu podstawowego i zakresu rozszerzonego) oraz dodatkowe materiały.

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, publikując program na stronie www.gwo.pl, wyraża tym samym zgodę na bezpłatne wykorzystanie przez nauczycieli niniejszego programu do pracy z uczniami oraz wyraża także zgodę na tworzenie przez nauczycieli autorskich programów nauczania w oparciu o program nauczania *Matematyka z plusem* pod warunkiem, że w przygotowanym materiale zostanie zapisana informacja, iż powstał on na podstawie programu *Matematyka z plusem* do danego etapu nauczania.

CELE KSZTAŁCENIA

Cele nauczania matematyki na III etapie edukacyjnym opisane są w podstawie programowej jako wymagania ogólne. Dla zakresu podstawowego i zakresu rozszerzonego sformułowano je następująco:

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Sprawność rachunkowa

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

IV. Rozumowanie i argumentacja

1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

Ogólne cele edukacyjne

Matematyka jest obok języka polskiego głównym przedmiotem w szkole średniej. Jej duże znaczenie polega m.in. na tym, że:

- ◆ jest potrzebna do nauki innych przedmiotów w szkole średniej, a także na studiach (i to nie tylko na kierunkach typowo ścisłych, ale także psychologii, socjologii, ekonomii itp.),
- ◆ pozwala kształcić zdolność logicznego myślenia potrzebną w wielu zawodach i w życiu codziennym,

- ◆ pozwala lepiej rozumieć i przewidywać zjawiska przyrodnicze, techniczne, ekonomiczne i społeczne,
 - ◆ nauczanie tego przedmiotu pozwala osiągnąć także wymienione niżej cele wychowawcze.
- Nauczyciel matematyki powinien więc kierować się nie tylko szczegółowymi treściami opisanymi poniżej, ale powinien także realizować następujące cele:

Rozwój intelektualny

- ◆ Wykształcenie nawyku logicznego i poprawnego myślenia oraz stosowania w praktyce zasad logiki.
- ◆ Rozwijanie zdolności stawiania hipotez i ich dowodzenia, odróżniania hipotezy od udowodnionego faktu.
- ◆ Doskonalenie zdolności heurystycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności wykonywania działań na liczbach, wyrażeniach algebraicznych i innych podstawowych obiektach abstrakcyjnych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności tworzenia modeli matematycznych i nawyku ilościowego rozważania dostrzeganych zjawisk.
- ◆ Wykształcenie umiejętności planowania rozwiązania problemu matematycznego i realizacji tego planu.
- ◆ Kształtowanie wyobraźni przestrzennej.
- ◆ Rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem różnego rodzaju tekstów zawierających informacje ilościowe (w tym diagramów, wykresów, tabel itp.) oraz sporządzania takich tekstów.
- ◆ Rozwijanie umiejętności prawidłowej interpretacji tekstów zawierających dane statystyczne.
- ◆ Przygotowanie do korzystania z nowoczesnych technologii informacji.
- ◆ Kształtowanie umiejętności używania symboli, schematów, rysunków i wykresów.
- ◆ Wykształcenie podstaw matematycznych do zrozumienia zjawisk przyrodniczych, społecznych, technicznych i gospodarczych.

Wychowanie

- ◆ Kształtowanie pozytywnego stosunku do podejmowania aktywności intelektualnej i rozbudzanie ciekawości intelektualnej.
- ◆ Nauczanie dobrej organizacji pracy, systematyczności i pracowitości.
- ◆ Wykształcenie umiejętności prowadzenia merytorycznej dyskusji mającej na celu wspólne dojście do optymalnego rozwiązania.
- ◆ Kształtowanie szacunku dla poglądów innych i umiejętności obrony własnych poglądów.
- ◆ Wykształcenie krytycznego stosunku do własnych poglądów i umiejętności zmiany zdania pod wpływem racjonalnych argumentów.
- ◆ Nauczenie zrozumiałego przedstawiania informacji.
- ◆ Wykształcenie umiejętności argumentowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności planowania pracy.
- ◆ Wykształcenie umiejętności współpracy w grupie.
- ◆ Umożliwienie podejmowania świadomych decyzji dotyczących społeczeństwa, gospodarki i środowiska naturalnego poprzez przekazanie umiejętności będących podstawą rozumienia zjawisk gospodarczych, społecznych i przyrodniczych.
- ◆ Umożliwienie świadomego i krytycznego korzystania z danych statystycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności samodzielnego zdobywania informacji i samokształcenia.

Szczegółowe cele edukacyjne

Cele te podano niżej z podziałem na klasy oraz główne kategorie celów edukacyjnych. Kursywą oznaczono wymagania dotyczące zakresu rozszerzonego.

KLASA I

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- ◆ Uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących działań na liczbach rzeczywistych oraz wyrażeniach algebraicznych.
- ◆ Zapoznanie z zagadnieniami dotyczącymi wektorów i działań na wektorach.

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- ◆ Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących zastosowania równań do rozwiązywania różnorodnych problemów.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania układów równań liniowych oraz ich stosowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania nierówności pierwszego stopnia oraz ich stosowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych oraz ich stosowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności dostrzegania związków i zależności.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisu sytuacji za pomocą funkcji i rozumienia zależności pomiędzy własnościami funkcji a własnościami opisywanej przez nią sytuacji.
- ◆ Wykształcenie umiejętności zastosowania funkcji kwadratowej w rozwiązywaniu prostych zadań optymalizacyjnych.
- ◆ Zapoznanie z zastosowaniem logarytmów do opisu sytuacji praktycznych.

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń

- ◆ Powtórzenie i uzupełnienie umiejętności z zakresu szkoły podstawowej.
- ◆ Doskonalenie umiejętności szacowania wartości liczbowych.
- ◆ Wykorzystywanie własności liczb i wyrażeń algebraicznych do wykonywania obliczeń najprostszym sposobem.
- ◆ Zapoznanie z zapisem liczb w notacji wykładniczej i działaniami na takich liczbach.
- ◆ Rozszerzenie działania potęgowania na potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym i wymiernym.
- ◆ Zapoznanie z pojęciem logarytmu i kształcenie umiejętności obliczania logarytmów (również przy użyciu kalkulatora).
- ◆ Zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora do obliczeń.
- ◆ Zapoznanie z wykorzystaniem kalkulatora graficznego i komputera do rysowania wykresów funkcji (w miarę możliwości technicznych).

Zapoznanie z elementami myślenia matematycznego

- ◆ Wykształcenie umiejętności odróżniania twierdzenia od hipotezy, podawania przykładów i kontrprzykładów.
- ◆ Kształtowanie ścisłości języka matematycznego.
- ◆ Zapoznanie z dowodami twierdzeń matematycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności argumentowania i samodzielnego uzasadniania prostych twierdzeń matematycznych.

KLASA II

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- ◆ Nabycie wiadomości i umiejętności dotyczących wykonywania działań dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia wielomianów.

- ◆ Uporządkowanie i uzupełnienie wiadomości dotyczących geometrii elementarnej.
- ◆ Uzupełnienie wiadomości i umiejętności dotyczących funkcji.
- ◆ Zapoznanie z określeniami funkcji trygonometrycznych kątów od 0 stopni do 180 stopni.
- ◆ Zapoznanie z twierdzeniami *sinusów* i *cosinusów*.
- ◆ Wykształcenie umiejętności posługiwania się pojęciami geometrii przestrzennej.
- ◆ *Zapoznanie z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej.*

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych równań i nierówności wielomianowych do rozwiązywania różnorodnych problemów.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć i twierdzeń planimetrii do różnorodnych problemów.
- ◆ Wykształcenie umiejętności zastosowania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego i kąta rozwartego w sytuacjach praktycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania metod stereometrii.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisywania zjawisk wzrostu i zaniku za pomocą funkcji wykładniczej oraz wykorzystania własności tej funkcji do badania takich zjawisk.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisywania zjawisk za pomocą funkcji logarytmicznej oraz wykorzystania własności tej funkcji do badania takich zjawisk.
- ◆ Wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć statystyki do opisu różnorodnych sytuacji.

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń

- ◆ Wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych, także za pomocą kalkulatora.
- ◆ Wykształcenie umiejętności szacowania liczb niewymiernych spotykanych w obliczeniach geometrycznych.
- ◆ Wykorzystanie kalkulatora graficznego do szacowania wartości miejsc zerowych wielomianów (w miarę możliwości technicznych).
- ◆ Wykształcenie umiejętności obliczania średnich, także za pomocą kalkulatora naukowego, kalkulatora graficznego i komputera.
- ◆ Wykształcenie umiejętności samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych pojęć.

Zapoznanie z elementami myślenia matematycznego

- ◆ Dalsze kształcenie umiejętności przewidzianych dla klasy I.
- ◆ Wykształcenie umiejętności podawania przykładów i kontrprzykładów.
- ◆ Wykształcenie umiejętności dowodzenia twierdzeń.

KLASA III

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- ◆ Nabycie wiadomości i umiejętności dotyczących wykonywania działań *dodawania*, *odejmowania*, mnożenia i dzielenia wyrażeń wymiernych.
- ◆ Uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zakresu planimetrii o zagadnienia dotyczące cech podobieństwa trójkątów i twierdzenia Talesa.
- ◆ Nabycie wiadomości i umiejętności dotyczących posługiwania się ciągami.
- ◆ *Wykształcenie umiejętności stosowania elementów geometrii analitycznej.*

- ◆ Wykształcenie umiejętności posługiwania się granicami ciągów.
- ◆ Zapoznanie z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej (tylko zakres podstawowy).

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- ◆ Wykształcenie umiejętności posługiwania się prostymi równaniami i nierównościami wymiernymi.
- ◆ *Wykształcenie umiejętności stosowania metod geometrii analitycznej.*
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania niektórych typów równań stopni wyższych niż drugi.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania metod stereometrii.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisywania różnorodnych zjawisk dyskretnych za pomocą ciągów – wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i arytmetycznego.
- ◆ Wykształcenie umiejętności wykorzystania pojęcia podobieństwa.
- ◆ Wykształcenie umiejętności opisywania różnorodnych zjawisk okresowych za pomocą funkcji trygonometrycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności czytania ze zrozumieniem informacji zawierających dane statystyczne (tylko zakres podstawowy).
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć statystyki do opisu różnorodnych sytuacji (tylko zakres podstawowy).

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń

- ◆ Wykształcenie umiejętności przekształcania wyrażeń wymiernych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności obliczania średnich i parametrów rozproszenia, także za pomocą kalkulatora naukowego, kalkulatora graficznego i komputera (tylko zakres podstawowy).
- ◆ Wykształcenie umiejętności samodzielnego prowadzenia prostych badań statystycznych i przedstawiania ich wyników za pomocą poznanych pojęć (tylko zakres podstawowy).

Zapoznanie z elementami myślenia matematycznego

- ◆ Kontynuowanie kształcenia umiejętności rozwijanych w klasach I i II.

KLASA IV

Dodatkowym szczegółowym celem nauczania w klasie czwartej jest powtórzenie materiału przed egzaminem maturalnym.

Wykształcenie umiejętności posługiwania się obiektami abstrakcyjnymi

- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania elementów geometrii analitycznej (tylko zakres podstawowy).
- ◆ Zapoznanie z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa i wykształcenie umiejętności ich stosowania.
- ◆ Wykształcenie umiejętności posługiwania się podstawowymi pojęciami rachunku różniczkowego: granicy funkcji i pochodne.

Wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych

- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania metod geometrii analitycznej (tylko zakres podstawowy).
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów kombinatorycznych.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych problemów probabilistycznych za pomocą klasycznej definicji prawdopodobieństwa i metod kombinatoryki.
- ◆ Wykształcenie umiejętności stosowania pochodnych do opisu zmieniających się wielkości.

Wykształcenie umiejętności projektowania i wykonywania obliczeń

- ◆ Wykształcenie umiejętności wykonywania obliczeń dotyczących prawdopodobieństwa, także z zastosowaniem kombinatoryki.

Zapoznanie z elementami myślenia matematycznego

- ◆ Kontynuowanie kształcenia umiejętności rozwijanych w klasach I, II i III.
- ◆ Wykształcenie umiejętności rozumowania probabilistycznego.

TREŚCI NAUCZANIA

KLASA I – zakres podstawowy

Treści	Komentarze
Zbiory	Zbiory i działania na zbiorach. Przedziały liczbowe.
Wyrażenia algebraiczne	Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Wylączenie wspólnego czynnika przed nawias. Wzory skróconego mnożenia. Przekształcanie wzorów. Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń.
Potęgi i pierwiastki	Potęgi o wykładnikach całkowitych. Pierwiastki. Potęgi o wykładnikach wymiernych. Potęgi o wykładnikach rzeczywistych.
Logarytmy	Pojęcie logarytmu. Własności logarytmów.
Równania, nierówności, układy równań	Rozwiązywanie równań. Wielkości wprost proporcjonalne i odwrotnie proporcjonalne. Rozwiązywanie nierówności. Układy równań. Układy równań oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne. Zadania tekstowe.
Funkcje	Pojęcie funkcji. Czytanie wykresów. Monotoniczność funkcji. Wzór i wykres funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej. Proporcjonalność prosta i odwrotna.
Równania kwadratowe	Równania kwadratowe w najprostszej postaci. Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań.
Funkcja kwadratowa	Parabola. Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej. Funkcja kwadratowa – podsumowanie. Nierówności kwadratowe. Zastosowania funkcji kwadratowej.

KLASA II – zakres podstawowy

Wielomiany	Przykłady wielomianów. Rozkład wielomianu na czynniki. Równania wielomianowe.
Figury na płaszczyźnie. Część 1	Kąty. Kąty w trójkątach i w czworokątach. Podstawowe własności trójkątów. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Własności trójkątów (cd.). Własności czworokątów.

Funkcje	Wzory i wykresy funkcji. Przykłady funkcji i ich własności. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna. Równania wykładnicze i logarytmiczne. Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych. Przekształcanie wykresów funkcji.
Figury na płaszczyźnie. Część 2	Pole koła. Długość okręgu. Własności kątów środkowych i kątów wpisanych. Proste i okręgi. Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany w trójkąt. Własności wielokątów. Wielokąty foremne.
Trygonometria	Tangens kąta ostrego. Sinus i cosinus kąta ostrego. Obliczenia trygonometryczne. Zastosowania trygonometrii. Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° i 60° . Związki między funkcjami trygonometrycznymi. Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180° . Twierdzenie cosinusów.
Figury w przestrzeni	Graniastopy. Ostrosłupy. Walec. Stożek. Kula.

KLASA III – zakres podstawowy

Wyrażenia wymierne	Wyrażenia wymierne. Równania wymierne. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Hiperbola. Przesuwanie hiperboli.
Ciągi	Przykłady ciągów. Ciąg arytmetyczny. Suma wyrazów ciągu arytmetycznego. Ciąg geometryczny. Suma wyrazów ciągu geometrycznego. Procent prosty i procent składany.
Podobieństwo figur	Twierdzenie Talesa. Wielokąty podobne. Cechy podobieństwa trójkątów. Cechy podobieństwa trójkątów (cd.). Pola figur podobnych.
Stereometria	Wielościany i inne figury przestrzenne. Figury obrotowe i inne figury przestrzenne. Proste i płaszczyzny w przestrzeni. Bryły podobne.
Statystyka	Przybliżenia. Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta. Średnia ważona.

KLASA IV – zakres podstawowy

Geometria analityczna	Punkty i odcinki w układzie współrzędnych. Równanie prostej. Równanie prostej (cd.). Równanie okręgu. Interpretacja geometryczna układu równań.
Prawdopodobieństwo	Prawdopodobieństwo – podstawowe pojęcia. Obliczanie prawdopodobieństwa. Drzewka. Zasada mnożenia i zasada dodawania. Obliczanie prawdopodobieństwa (cd.).
Przygotowanie do matury	

KLASA I – zakres rozszerzony

Treści	Komentarze
Zbiory	Zbiory i działania na zbiorach. Przedziały liczbowe.
Wyrażenia algebraiczne	Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Wylączenie wspólnego czynnika przed nawias. Wzory skróconego mnożenia. Przekształcanie wzorów. Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń.
Potęgi i pierwiastki	Potęgi o wykładnikach całkowitych. Pierwiastki. Potęgi o wykładnikach wymiernych. Potęgi o wykładnikach rzeczywistych.
Logarytmy	Pojęcie logarytmu. Własności logarytmów.
Równania, nierówności, układy równań	Rozwiązywanie równań. Wielkości wprost proporcjonalne i odwrotnie proporcjonalne. Rozwiązywanie nierówności. Równania i nierówności z wartością bezwzględną. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (cd.). Układy równań. Układy równań oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne. Zadania tekstowe.
Funkcje	Pojęcie funkcji. Czytanie wykresów. Wzory i wykresy funkcji. Monotoniczność funkcji. Wzór i wykres funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej. Proporcjonalność prosta i odwrotna.
Równania kwadratowe	Równania kwadratowe w najprostszej postaci. Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań. Wzory Viète'a.
Wektory. Przekształcanie wykresów funkcji	Wektory. Działania na wektorach. Wektory w układzie współrzędnych. Działania na wektorach w układzie współrzędnych. Przekształcanie wykresów funkcji. Przekształcanie wykresów funkcji (cd.).
Funkcja kwadratowa	Parabola. Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej. Funkcja kwadratowa – podsumowanie. Nierówności kwadratowe. Zastosowania funkcji kwadratowej. Równania i nierówności z parametrem.

KLASA II – zakres rozszerzony

Wielomiany	Przykłady wielomianów. Rozkład wielomianu na czynniki. Równania wielomianowe. Dzielenie wielomianów. Twierdzenie Bézouta. Równania wielomianowe (cd.).
Figury na płaszczyźnie. Część 1	Kąty. Kąty w trójkątach i w czworokątach. Podstawowe własności trójkątów. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Własności trójkątów (cd.). Własności czworokątów.
Funkcje	Funkcje wielomianowe. Nierówności wielomianowe. Funkcje wielomianowe (cd.). Nierówności wielomianowe (cd.). Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna. Równania wykładnicze i logarytmiczne. Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych.

Figury na płaszczyźnie. Część 2	Pole koła. Długość okręgu. Własności kątów środkowych i kątów wpisanych. Proste i okręgi. Okrąg opisany na wielokącie. Okrąg wpisany w wielokąt. Własności wielokątów. Wielokąty foremne.
Trygonometria	Tangens kąta ostrego. Sinus i cosinus kąta ostrego. Obliczenia trygonometryczne. Zastosowania trygonometrii. Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° i 60° . Związki między funkcjami trygonometrycznymi. Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180° . Twierdzenie sinusów. Twierdzenie cosinusów.
Figury w przestrzeni	Graniastosłupy. Ostrosłupy. Walec. Stożek. Kula.
Statystyka	Przybliżenia. Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta. Średnia ważona.

KLASA III – zakres rozszerzony

Wyrażenia wymierne	Wyrażenia wymierne. Równania wymierne. Nierówności wymierne. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Hiperbola. Przesuwanie hiperboli. Funkcje wymierne.
Ciągi	Przykłady ciągów. Ciąg arytmetyczny. Suma wyrazów ciągu arytmetycznego. Ciąg geometryczny. Suma wyrazów ciągu geometrycznego. Procent prosty i procent składany. Granice ciągów. Obliczanie granic. Szereg geometryczny.
Podobieństwo figur	Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. Wielokąty podobne. Cechy podobieństwa trójkątów. Cechy podobieństwa trójkątów (cd.). Pola figur podobnych.
Funkcje trygonometryczne	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego. Kąty o miarach dodatnich i ujemnych. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta. Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi. Wykres funkcji $y = \sin x$. Wykres funkcji $y = \cos x$. Wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$. Wzory redukcyjne. Miara łukowa kąta. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej. Funkcje o wzorach $y = a \sin x$, $y = \sin ax \dots$ Równania trygonometryczne. Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów.
Geometria analityczna	Punkty i odcinki w układzie współrzędnych. Równanie prostej. Równanie prostej (cd.). Równanie okręgu. Interpretacja geometryczna układu równań.
Stereometria	Wielościany i inne figury przestrzenne. Figury obrotowe i inne figury przestrzenne. Proste i płaszczyzny w przestrzeni. Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów. Bryły podobne.

KLASA IV – zakres rozszerzony

Prawdopodobieństwo cz. 1	Prawdopodobieństwo – podstawowe pojęcia. Obliczanie prawdopodobieństwa. Drzewka. Zasada mnożenia i zasada dodawania. Wariacje. Kombinacje. Dwumian Newtona. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo.
---------------------------------	---

Prawdopodobieństwo cz. 2	Suma i iloczyn zdarzeń. Prawdopodobieństwo warunkowe. Prawdopodobieństwo całkowite. Zdarzenia niezależne. Schemat Bernoullego.
Granice funkcji	Granice funkcji – intuicje. Granice funkcji – definicje. Funkcje ciągłe. Twierdzenie Darboux. Obliczanie granic. Obliczanie granic (cd.).
Pochodna funkcji	Pochodna funkcji w punkcie. Pochodna funkcji. Pochodna funkcji złożonej. Monotoniczność funkcji. Ekstrema. Zastosowania pochodnej. Zastosowania pochodnej (cd.).
Przygotowanie do matury	

OPIS ZAŁOŻONYCH OSIĄGNIĘĆ UCZNIĄ

W opisie uwzględniono podział umiejętności pomiędzy klasy oraz klasyfikacje ich na odpowiednie poziomy wymagań (konieczne – ocena dopuszczająca, podstawowe – ocena dostateczna, rozszerzające – ocena dobra, dopełniające – ocena bardzo dobra). Klasyfikacja podwójna, np. K-P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze – P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętność rozwiązywania zadań znacznie wykraczających poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką.

Wymagania – zakres podstawowy	KLASA			
	I	II	III	IV
Liczby rzeczywiste. Uczeń:				
wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych	K-P			
przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia	P-R			
stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych	K-P			
stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach	K			
stosuje monotoniczność potęgowania	P-R			
posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej	K-P			
stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania z wartością bezwzględną	P-R			
wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów	P-R		P-R	
stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi	P-R	P-R		
Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:				
stosuje wzory skróconego mnożenia: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$	P			
dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych	K-P			
wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej	K	K		
mnoży i dzieli wyrażenia wymierne			K-P	
Równania i nierówności. Uczeń:				
przekształca równania i nierówności w sposób równoważny	K-P	K-D	K-D	
interpretuje równania i nierówności liniowe sprzeczne oraz tożsamościowe	P-R			
rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą	K-P			

rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe	K-P	K-P		
rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej		K-R		
Układy równań. Uczeń:				
rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych	K-P			K-D
stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych	K-R			
Funkcje. Uczeń:				
określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach)	K-R	P-D		
oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym	K	K-R		
odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie	K-P	K-P		
odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane	K-R	K-R		
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej	P			
wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach	K-P			
szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem	P	P		
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje)	P-R			
wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie	P-R			
wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym	P			
wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym	P-R	P-R		
na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji, $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$	K-P	P-R		
posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych	P-R			

posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi		P-R		
Ciągi. Uczeń:				
oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym			K	
oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie			K-P	
w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący			P	
sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny			K	
stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego			K-P	
stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego			K-P	
wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym			P-R	
Trygonometria				
Uczeń:				
wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60°		K-R		
korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$		K-R		
stosuje twierdzenie cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$		P-R		
oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych)		P-R		
Planimetria. Uczeń:				
wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa		K-R		
rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok		K-P		
rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności		K-P		
korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów		K		
stosuje własności kątów wpisanych i środkowych		K-P		
stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu		P		
stosuje twierdzenie Talesa		P-R	P-R	
korzysta z cech podobieństwa trójkątów			P	

wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych			P-R	
wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności		P-R		
przeprowadza dowody geometryczne		P-D	P-D	
stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur		P-D		
Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:				
rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje	P			K-P
posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej)				P-R
oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych				K
posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$				R-P
wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych)				P
Stereometria. Uczeń:				
rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się			P	
posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami			P-R	
rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów		P-R	P-R	
rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów		P-R	P-R	
oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii		K-R	K-R	
wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych			P	
Kombinatoryka. Uczeń:				
zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych				K-P
zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności				K-R
Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:				
oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym				K-R

oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę			K-R	
Optymalizacja i rachunek różniczkowy. Uczeń:				
rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową	P-D			

Wymagania – zakres rozszerzony	KLASA			
	I	II	III	IV
Liczby rzeczywiste. Uczeń:				
wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych	K-P			
przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia	P-R			
stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych	K-P			
stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach	K			
stosuje monotoniczność potęgowania	P-R			
posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej	K-P			
stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania z wartością bezwzględną	P-R			
wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów	P-R		P-R	
stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi	P-R	P-R		
stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu	P-R	P-R		
Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:				
stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$	P			
dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych	K-P			
wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej	K	K		
mnoży i dzieli wyrażenia wymierne			K-P	
dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$		P-R		
rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów		P-R		
znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych		P-R		

stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona)			K-R	
korzysta ze wzorów na: $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$, $(a + b)^n$, $(a - b)^n$			R-W	
dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne			K-R	
Równania i nierówności. Uczeń:				
przekształca równania i nierówności w sposób równoważny	K-P	K-D	K-D	
interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe	P-R			
rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą	K-P			
rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe	K-P	K-P		
rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej		K-R		
rozwiązuje równania wielomianowe $W(x) = 0$ oraz nierówności wielomianowe typu $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$, $W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania		P		
rozwiązuje równania i nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania lub nierówności liniowej lub kwadratowej			K-R	
stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych	K-P		P-R	
rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną	K-W			
analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności: wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają określone znaki bądź należą do określonego przedziału, wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów	K-W		P-W	
rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe		P		
rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej			K-R	
Układy równań. Uczeń:				
rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych	K-P		K-D	
stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych	K-R			

rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego	K-R		K-R	
Funkcje. Uczeń:				
określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach)	K-R	P-D		
oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym	K	K-R		
odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie	K-P	K-P		
odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane	K-R	K-R		
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej	P			
wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach	K-P			
szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem	P	P		
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje)	P-R			
wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie	P-R			
wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym	P			
wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym	P-R	P-R		
na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$	K-P	P-R		
posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych	P-R			
posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi		P-R		
na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$	K-R			
posługuje się złożeniami funkcji	P-R			P-R
dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem			P-R	
Ciągi. Uczeń:				
oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym			K	

oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie			K-P	
w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący			P	
sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny			K	
stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego			K-P	
stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego			K-P	
wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym			P-R	
oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach			K-R	
rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę			K-R	
Trygonometria. Uczeń:				
wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60°			K-R	
korzysta z wzorów $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$			K-R	
stosuje twierdzenie cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$			P-R	
oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych)			P-R	
stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie			K-P	
posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens			K-R	
wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych			P-R	
stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych			P-D	
korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych			P-D	
rozwiązuje równania trygonometryczne			K-D	
stosuje twierdzenie sinusów			P-R	
oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty)			P-R	
Planimetria. Uczeń:				
wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa			K-R	

rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok		K-P		
rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności		K-P		
korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów		K		
stosuje własności kątów wpisanych i środkowych		K-P		
stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu		P		
stosuje twierdzenie Talesa		P-R	P-R	
korzysta z cech podobieństwa trójkątów			P	
wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych			P-R	
wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności		P-R		
przeprowadza dowody geometryczne	P-D	P-D	P-D	
stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur		P-D		
stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu		K-R		
stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa		P-R	P-R	
Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:				
rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje	P		K-P	
posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej)			P-R	
oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych			K	
posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$			R-P	
wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych)			P	
znajduje punkty wspólne prostej i okręgu			P-R	
znajduje punkty wspólne dwóch okręgów				
zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie	K-D			
wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do danego okręgu			P-R	

Stereometria. Uczeń:				
rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się			P	
posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami			P-R	
rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów		P-R	P-R	
rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów		P-R	P-R	
oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii		K-R	K-R	
wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych			P	
zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych			P-R	
wyznacza przekroje sześciangu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii			P-D	
Kombinatoryka. Uczeń:				
zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych				K-P
zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności				K-R
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji				K-D
stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych				P-D
Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:				
oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym				K-R
oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę		K-R		
oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym				P-D
stosuje schemat Bernoullego				P-D
Optymalizacja i rachunek różniczkowy. Uczeń:				
rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową	P-D			
oblicza granice funkcji (w tym jednostronne)				K-R
stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji				R-D

stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej				P
oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej				K-R
stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji				P-R
rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej				P-W

ASPEKTY WYCHOWAWCZE SZCZEGÓŁOWYCH WYMAGAŃ EDUKACYJNYCH

Lekcje matematyki są okazją nie tylko do rozwoju intelektualnego uczniów, ale i do ich wychowania. Ogólne cele wychowawcze zostały wymienione wyżej. Tutaj przedstawiamy szczegółowe cele powiązane z poszczególnymi treściami i umiejętnościami.

Uczeń:	
Liczby rzeczywiste	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się starannością w działaniach na liczbach; rozumie, że nawet drobny błąd może prowadzić do całkowicie nieprawidłowego wyniku – rozumie i docenia praktyczne znaczenie wiadomości – na przykładzie klasyfikacji liczb poznaje znaczenie wprowadzania porządku i systematyczności
Algebra	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się starannością w obliczeniach algebraicznych – z zaangażowaniem rozwiązuje różnorodne problemy za pomocą narzędzi algebry, wykazując przy tym dociekliwość poznawczą – wykazuje staranność, dokładność i cierpliwość przy złożonych obliczeniach
Funkcje	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się dokładnością w rysowaniu i odczytywaniu wykresów – rozumie, jak ważne jest staranne wykonanie wykresu dla jego poprawnej interpretacji – z zaangażowaniem rozwiązuje różnorakie zagadnienia, wykorzystując wiadomości na temat funkcji – docenia znaczenie matematyki w rozwiązywaniu problemów optymalizacyjnych, przez co uczy się szacunku dla wiedzy – rozumie zagrożenia związane ze zjawiskami o wzroście wykładniczym (np. inflacja, rozwój bakterii, reakcja jądrowa) i docenia wysiłki na rzecz przeciwdziałania im – zawsze nosi na lekcje kalkulator i przybory kreślarskie
Planimetria i trygonometria	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się starannością przy wykonywaniu i przekształcaniu rysunków – pamięta o przynoszeniu na lekcje odpowiednich przyrządów kreślarskich i kalkulatora – dba o ład na stanowisku pracy (zwłaszcza podczas lekcji wymagających używania znacznej liczby przyrządów) – dzięki rozwiązywaniu zadań uczy się samodzielności intelektualnej i dociekliwości – rozwiązując (w miarę możliwości) proste, ale niestandardowe problemy, uczy się podejmować wysiłek intelektualny i nie rezygnować mimo początkowych trudności
Ciągi	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje staranność w rozwiązywaniu zadań – poznając zasady lokat i kredytów bankowych, kształci oszczędność i umiejętność gospodarowania pieniędzmi

Statystyka opisowa	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się starannością, sumiennością i rzetelnością przy opracowywaniu danych statystycznych – rzetelnie przygotowuje i prowadzi proste badania ankietowe – jest uprzejmy podczas ankietowania respondentów – zachowuje tajemnicę przy anonimowych ankietach – rozumie zagrożenia związane z nierzetelnym prezentowaniem danych statystycznych i stara się przeciwdziałać tym zagrożeniom
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się starannością podczas obliczeń – docenia umiejętność wykorzystania rachunku prawdopodobieństwa w różnych sytuacjach – z zaangażowaniem rozwiązuje zadania
Stereometria	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się szczególną starannością w wykonywaniu rysunków brył trójwymiarowych – zawsze nosi na lekcję przybory kreślarskie – docenia praktyczne zastosowania zdobytej wiedzy
Rachunek różniczkowy	<ul style="list-style-type: none"> – starannie rysuje wykresy, wykorzystując zależności między własnościami funkcji a własnościami jej pochodnej – wykazuje się dokładnością w obliczeniach – z zaangażowaniem rozwiązuje zadania optymalizacyjne
Powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> – wykazuje się starannością i sumiennością podczas powtarzania wiadomości z lat ubiegłych

RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU

Poniższy ramowy rozkład materiału ma charakter orientacyjny. Przyjęto następujący rozkład godzin:

klasa pierwsza: 3 godziny tygodniowo w zakresie podstawowym (łącznie 100 godzin), 5 godzin tygodniowo w zakresie rozszerzonym (łącznie 150 godzin),

klasa druga: 4 godziny tygodniowo w zakresie podstawowym (łącznie 120 godzin), 5 godzin tygodniowo w zakresie rozszerzonym (łącznie 150 godzin),

klasa trzecia: 3 godziny tygodniowo w zakresie podstawowym (łącznie 100 godzin), 5 godzin tygodniowo w zakresie rozszerzonym (łącznie 150 godzin),

klasa czwarta: 3 godziny tygodniowo w zakresie podstawowym (łącznie 80 godzin), 5 godzin tygodniowo w zakresie rozszerzonym (łącznie 140 godzin).

Dział	Przybliżona liczba godzin	
	Zakres podstawowy	Zakres rozszerzony
KLASA I		
Zbiory	6	7
Wyrażenia algebraiczne	13-15	14-18
Potęgi i pierwiastki	9-10	11
Logarytmy	6	7-8
Równania, nierówności, układy równań	17-19	21-25
Funkcje	14-18	21-25
Równania kwadratowe	8	10-11
Wektory. Przekształcanie wykresów funkcji	-	13-17
Funkcja kwadratowa	15-18	22-25
KLASA II		
Wielomiany	12-14	16-22
Figury na płaszczyźnie. Część 1	17-21	17-20
Funkcje	20-23	22-28
Figury na płaszczyźnie. Część 2	16-18	16-21
Trygonometria	25-27	24-30
Figury w przestrzeni	17	13-18
Statystyka	-	8-9
KLASA III		
Wyrażenia wymierne	15-16	21-25
Ciągi	23-25	27-30
Podobieństwo figur	19-21	13-16
Funkcje trygonometryczne	-	30-36
Geometria analityczna	-	17-20
Stereometria	16-19	21-23
Statystyka	9	-
KLASA IV		
Geometria analityczna	13-14	-
Prawdopodobieństwo	16-18	-
Prawdopodobieństwo, część 1	-	25
Prawdopodobieństwo, część 1	-	15
Granice funkcji	-	14-16
Pochodne funkcji	-	20-24
Powtórzenie przed maturą	50-52	44-58

PROPOZYCJE METOD OCENIANIA

Poniżej zaproponowano kilka metod oceniania, które można zastosować w pracy z programem *Matematyka z plusem*. Nie ograniczają one jednak nauczyciela, który może stosować także inne metody, zgodne ze szkolnym systemem oceniania przyjętym w danej szkole.

Przy wyborze sposobu oceniania warto zwrócić uwagę, że jego celem jest nie tylko ustalenie stanu wiedzy uczniów, ale także motywowanie uczniów do pracy oraz wykrywanie braków wiadomości i proponowanie odpowiednich metod uzupełniania wiadomości dla poszczególnych uczniów.

W ocenianiu przydatny będzie powyższy opis założonych osiągnięć.

Tradycyjna metoda oceniania

Nauczyciel ocenia uczniów według tradycyjnej skali 1-6 za sprawdziany, prace domowe, pracę na lekcji itp. Na podstawie tych ocen wystawia ocenę semestralną i roczną.

Jeśli chcemy stworzyć system przejrzysty dla uczniów, możemy ustalić odpowiednie wagi dla poszczególnych rodzajów ocen i obliczać ocenę końcową jako średnią ważoną.

System punktowy

Uczeń otrzymuje za swoje prace nie oceny, lecz punkty. Oceny w skali 1-6 pojawiają się dopiero jako oceny okresowe (zależne od sumy zdobytych punktów). Ogłoszenie systemu punktacji powoduje, że system jest przejrzysty, a uczniowie nie mają zastrzeżeń do ocen.

Oto propozycja punktacji:

- za każdą pracę klasową uczeń może uzyskać od 0 do 50 punktów
- za pracę domową uczeń może uzyskać od 0 do 10 punktów
- za odpowiedź ustną uczeń może uzyskać od 0 do 10 punktów
- za nieobowiązkowe zadania, aktywność na lekcji itp. uczeń może każdorazowo otrzymać od 0,1 do 0,5 punktu

Uzyskaną liczbę punktów porównujemy z maksymalną liczbą punktów, które dany uczeń mógł uzyskać za prace klasowe, prace domowe, odpowiedzi ustne i aktywność na lekcji. Wynik wyrażamy w procentach. Ocena zależna jest od liczby zdobytych punktów:

- 0% – 40% — niedostateczny
- 41% – 52% — dopuszczający
- 53% – 70% — dostateczny
- 71% – 85% — dobry
- 86% – 98% — bardzo dobry
- 99% – 100% — celujący

Ocena opisowa

W wielu szkołach system oceniania wymaga od nauczyciela wystawiania oceny opisowej zamiast lub oprócz oceny w skali 1—6. Nauczycielom, którzy chcą wywiązać się z tego obowiązku, proponujemy korzystanie z poniższych punktów. Można je oczywiście zmodyfikować i dostosować do własnych potrzeb. Punkty uzupełniamy określeniami *słaba*, *średnia*, *dobra* lub bardziej szczegółowym opisem. Ocenę opisową możemy sporządzać dla każdego działu osobno albo dla większych okresów (semestr, rok).

- Znajomość pojęć i twierdzeń:

.....

- Znajomość zasad obliczeń:

.....

- Sprawność rachunkowa:

.....
• Umiejętność stosowania wiedzy do rozwiązywania zadań:
.....

• Wyobraźnia geometryczna:
.....

• Mocne strony:
.....

• Problemy:
.....

• Zaległość z wcześniejszych lat nauki:
.....

• Zalecenia (nadrabianie zaległości, ćwiczenia itp.):
.....

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW

Uwagi ogólne

Wybierając sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych, należy uwzględniać możliwości i zainteresowania uczniów, nie zapominając o zasadzie stopniowania trudności.

Skuteczne nauczanie wymaga stosowania zróżnicowanych metod pracy. Poza tradycyjnymi formami, jak praca równym frontem czy praca z podręcznikiem, warto stosować jak najczęściej takie metody, które wymagają aktywnej postawy uczniów. Należy do nich praca w grupie. Podczas zajęć zorganizowanych w ten sposób uczniowie nie tylko zdobywają umiejętności matematyczne, ale także uczą się współdziałania i komunikacji w grupie.

Ważną metodą pracy jest metoda projektu, w której uczniowie wykonują (w grupach lub indywidualnie) prace długoterminowe. Uczy ona samodzielności, odpowiedzialności, organizacji pracy, a także prawidłowego wnioskowania.

Wybrane przez nauczyciela metody pracy muszą uwzględniać także korzystanie z nowoczesnych technik informacji. Kierować się tu trzeba możliwościami technicznymi, warto jednak dążyć do szerszego wykorzystania zwłaszcza komputerów i kalkulatorów graficznych, a także zwykłych kalkulatorów, które obecnie są już powszechnie dostępne.

Procedury osiągnięcia celów szczegółowych

Jak najwięcej czasu należy poświęcać na ćwiczenie podstawowych umiejętności. Szczególną uwagę należy zwrócić na umiejętności praktyczne, jak szacowanie, przybliżenia czy obliczenia procentowe.

W kształtowaniu umiejętności posługiwania się obiektami geometrycznymi, zwłaszcza w wypadku stereometrii, należy wykorzystywać modele figur.

Nowe pojęcia i fakty warto przynajmniej w części przypadków wprowadzać jako uogólnienie doświadczeń (wykonania obliczeń, rysunków, pomiarów). Dopiero wówczas można — jeśli pozwalają na to możliwości uczniów — dowodzić twierdzeń. Oczywiście nie umniejsza to znaczenia, jakie ma rozróżnianie hipotezy (opartej na kilku przypadkach) od udowodnionego twierdzenia.

Wszystkie pojęcia matematyczne poznawane na III etapie edukacyjnym powinny być przedstawione także w zastosowaniach do sytuacji z przyrody, ekonomii, techniki czy życia codziennego. Dotyczy to w szczególności różnego rodzaju funkcji (w tym ciągów), które przedstawiać należy nie tylko jako przykłady przyporządkowań, ale także opis zależności. W wypadku tego celu szczegółowego szczególnie ważna jest wspomniana już wcześniej

metoda projektu.

Wprawdzie w III etapie edukacyjnym znacznie rzadziej niż w szkole podstawowej stosować będziemy gry dydaktyczne, ale warto rozważyć stosowanie także tej formy pracy.

Do rozwiązywania zadań dotyczących sytuacji rzeczywistych (przyroda, technika, ekonomia) uczniowie powinni wykorzystywać kalkulatory, a w miarę możliwości technicznych — także komputery i kalkulatory graficzne.

Lekcje z zakresu rozszerzonego będą różnić się od zakresu podstawowego przede wszystkim poziomem ścisłości. Uczniowie powinni umieć zrozumieć prosty dowód twierdzenia zarówno na podstawie tekstu podręcznikowego, jak i wykładu nauczyciela. Dlatego należy stworzyć im możliwość percypowania takich tekstów zarówno w formie pisemnej, jak ustnej

Ważne jest również, aby uczniowie zdobyli umiejętność samokształcenia i samodzielnego poszukiwania informacji. Dlatego nauczanie musi przewidywać wytworzenie sytuacji, w których uczniowie będą ćwiczyć te umiejętności. Do tego celu nadaje się np. metoda projektu.

WARUNKI REALIZACJI PROGRAMU

Autorzy uważają, że zapoznanie z nowoczesną technologią informacji jest ważnym celem kształcenia. W wypadku matematyki ważne jest zastosowanie komputerów i kalkulatorów graficznych. Niestety, nie każda szkoła ma odpowiednie do tego możliwości techniczne. Dlatego zagadnienia związane z technologią informacji są w programie uwzględnione, ale ich pominięcie nie przeszkadza w realizacji pozostałych treści. Z tego powodu program może być realizowany niezależnie od wyposażenia szkoły.