**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

Program nauczania: *Matematyka z plusem*

Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 150

**Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:**

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy. Wersja dla nauczyciela,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony. Wersja dla nauczyciela,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Zbiór zadań,* M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, A. Wojaczek

*Matematyka z plusem 3. Ćwiczenia podstawowe,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

**ROZKŁAD MATERIAŁU DLA KLASY III**

|  |  |
| --- | --- |
| **TEMAT** | **Liczba godzin** |
| **WYRAŻENIA WYMIERNE** | **21-25** |
| Wyrażenia wymierne | 2-3 |
| Równania wymierne | 4-5 |
| Nierówności wymierne | 4 |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 3-4 |
| Funkcje wymierne | 2-3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **CIĄGI** | **27-30** |
| Przykłady ciągów | 2 |
| Ciąg arytmetyczny | 3 |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 2-3 |
| Ciąg geometryczny | 3 |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 2-3 |
| Procent prosty i procent składany | 4 |
| Granice ciągów | 2 |
| Obliczanie granic | 3-4 |
| Szereg geometryczny | 3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **PODOBIEŃSTWO FIGUR** | **13-16** |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 2-3 |
| Wielokąty podobne | 2-3 |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 2-3 |
| Pola figur podobnych | 2 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE** | **30-36** |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | 1 |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | 2 |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 |
| Wykres funkcji  | 1-2 |
| Wykres funkcji  | 1-2 |
| Wykresy funkcji  | 1-2 |
| Wzory redukcyjne | 3 |
| Powtórzenie i sprawdzian | 2 |
| Miara łukowa kąta | 2 |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | 2 |
| Funkcje o wzorach  | 2-3 |
| Równania trygonometryczne | 4-5 |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **GEOMETRIA ANALITYCZNA** | **17-20** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 |
| Równanie prostej | 2-3 |
| Równanie prostej (cd.) | 3 |
| Równanie okręgu | 3-4 |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 3-4 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **STEREOMETRIA** | **21-23** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 3-4 |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 |
| Bryły podobne | 3-4 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **RAZEM** | **129-150** |

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

**Kategorie celów nauczania**:

A – zapamiętanie wiadomości

B – rozumienie wiadomości

C – stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych

D – stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

**Poziomy wymagań edukacyjnych**:

K – konieczny – ocena dopuszczająca (2)

P – podstawowy – ocena dostateczna (3)

R – rozszerzający – ocena dobra (4)

D – dopełniający – ocena bardzo dobra (5)

W – wykraczający – ocena celująca (6)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **JEDNOSTKA TEMATYCZNA** | **LICZBA JEDNOSTEK** | **CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ** |
| podstawowe | ponadpodstawowe |
| **KATEGORIA A** Uczeń zna: | **KATEGORIA B**Uczeń rozumie: | **KATEGORIA C**Uczeń potraﬁ: | **KATEGORIA D**Uczeń potraﬁ: |
| **WYRAŻENIA WYMIERNE 21 h – 25 h** |
| Wyrażenia wymierne | 2-3 | *•* pojęcie wyrażenia wymiernego (K)*•* pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | *•* pojęcie wyrażenia wymiernego (K)*•* pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | *•* określić dziedzinę wyrażenia wymiernego (P-R)*•* podać przykłady wyrażeń wymiernych spełniających dane warunki (P-R)*•* uprościć wyrażenia wymierne (K-P)*•* dodać, odjąć, mnożyć wyrażenia wymierne (K-R)*•* dzielić wyrażenia wymierne (P-R) | *•* określić dziedzinę wyrażenia wymiernego oraz wykonać działania na wyrażeniach wymiernych (R-D)*•* określić, dla jakich wartości parametrów wyrażenia wymierne spełniają określone warunki (R-D)*•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem wyrażeń wymiernych (R-W) |
| Równania wymierne | 4-5 | *•* pojęcie równania wymiernego (K)*•* sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K-P) | *•* pojęcie równania wymiernego (K)*•* sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K-P) | *•* rozwiązać równania wymierne (K-R)*•* określić założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens (K-R) | *•* rozwiązać równania wymierne(R-D)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równań wymiernych (R-D) |
| Nierówności wymierne | 4 | *•* pojęcie nierówności wymiernej (K)*•* sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | *•* pojęcie nierówności wymiernej (K)*•* sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | *•* rozwiązać nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do nierówności liniowej lub kwadratowej (K-R)*•* określić dziedzinę nierówności (K-R) | *•* rozwiązać nierówności wymierne (R-D)*•* określić dziedzinę nierówności (R-D)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem nierówności wymiernych (R-D) |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 |  |  | *•* przekształcić wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość (K-R)• wykazać określone własności liczb (P-R) | • wykazać podane własności liczb (R-D)*•* określić wartości parametru, dla którego równanie spełnia dane warunki (R-D) |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 3-4 | *•* pojęcie hiperboli (K)*•* pojęcie osi symetrii hiperboli (P)*•* pojęcie wierzchołków hiperboli (P)*•* zasady sporządzania wykresów funkcji: , gdy dany jest wykres funkcji (P-D) | *•* pojęcie hiperboli (K)*•* położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku (K)*•* pojęcie asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji (K)*•* zasady sporządzania wykresów funkcji: , , gdy dany jest wykres funkcji (P-D)*•* pojęcie osi symetrii hiperboli (P)*•* pojęcie wierzchołków hiperboli (P) | *•* określić dziedzinę i sporządzić wykresy funkcji: (K) (P-R)*•* określić położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku (K)*•* określić przedziały monotoniczności funkcji (K)*•* dopasować wzór do wykresu funkcji i odwrotnie (R)*•* określić wzór funkcji, która powstanie, gdy wykres funkcji - odbijemy symetrycznie względem osi układu współrzędnych (P)- odbijemy symetrycznie względem początku układu współrzędnych (P)- przesuniemy równolegle o  jednostek w prawo lub w lewo i o jednostek do góry lub w dół (P)*•* określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji , (P)*•* określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych (P)*•* określić przedziały monotoniczności i argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P) | *•* określić wartości parametrów, dla których funkcja spełnia dane warunki (W)*•* określać wzory funkcji, których wykresami są hiperbole spełniające określone warunki (R-W)*•* obliczać pole figury ograniczonej hiperbolą i prostymi (R-D)*•* określać współrzędne wierzchołków hiperboli (R-D) |
| Funkcje wymierne | 2-3 | • definicję funkcji wymiernej (P)• wzory funkcji wymiernej w postaci ogólnej i w postaci kanonicznej (P-R) | • definicję funkcji wymiernej (P)• pojęcie asymptoty poziomej i pionowej wykresu funkcji wymiernej (P)• sposób przekształcania zapisu funkcji wymiernej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej i odwrotnie (P-R) | • podać przykłady funkcji wymiernych (P-R)• określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji wymiernej (P-R)• określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji wymiernej z osiami układu współrzędnych (P-R)• określić przedziały monotoniczności funkcji wymiernej (P-R)• określić argumenty, dla których funkcja wymierna przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P-R)• podać wzór funkcji wymiernej na podstawie jej wykresu (P-R)• dopasować wzory funkcji do ich wykresów (P-R)•dowieźć monotoniczności funkcji zadanej wzorem w postaci ogólnej (P) | • określić, dla jakich wartości parametrów funkcja wymierna spełnia określone warunki (R-W)• podać przykłady wzorów funkcji wymiernych spełniających określone warunki (R-D)• określić własności funkcji wymiernych (R-D)• znaleźć współrzędne punktów przecięcia wykresów funkcji wymiernych (R-D)  |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Wyrażenia wymierne* |
| **CIĄGI 27 h – 30 h** |
| Przykłady ciągów | 2 | *•* pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K)*•* pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K)*•* pojęcie ciągu liczbowego(K)*•* pojęcie wzoru ogólnego ciągu (K-P)*•* pojęcie wzoru rekurencyjnego ciągu (K-P)*•* pojęcia: monotoniczność ciągu, ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | *•* pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K)*•* pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K)*•* pojęcie ciągu liczbowego (K)*•* sposób określania ciągu za pomocą wzoru ogólnego (K-P)*•* sposób określania ciągu za pomocą wzoru rekurencyjnego (P-R)*•* pojęcia: ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | *•* zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów ogólnych (K-P)*•* zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów rekurencyjnych (K-P)*•* podać przykłady ciągów (K-P)*•* określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru ogólnego (P-R)*•* określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego (P-R)*•* określić ciąg za pomocą wzoru ogólnego (P-D)*•* określić ciąg za pomocą wzoru rekurencyjnego (P) | *•* obliczyć sumę początkowych wyrazów ciągu na podstawie jego wzoru ogólnego (R-D)*•* obliczyć kolejne wyrazy ciągu oraz określać ogólny wzór ciągu na podstawie danego wzoru na sumę  początkowych wyrazów ciągu(P-R)*•* znaleźć wzór ogólny ciągu określonego rekurencyjnie (R-W) |
| Ciąg arytmetyczny | 3 | *•* pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K)*•* wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) | *•* pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K)*•* wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) | *•* obliczyć różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego (K) *•* obliczyć dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jeden wyraz i różnica ciągu lub dwa dowolne wyrazy tego ciągu (K-R) *•* sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem arytmetycznym(K-P)*•* podać przykłady ciągów arytmetycznych spełniających dane warunki (K-P)*•* zapisać wzory ciągów arytmetycznych (P-R)*•* zapisać wzory ogólne ciągów arytmetycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P-R)*•* sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (P-R)*•* ustalić, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny (P-R)  | *•* określić wartości parametru, dla którego podane wyrażenia są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego (R) *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R-D) |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 2-3 | *•* wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) | *•* wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) | *•* obliczyć sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (K-R)*•* obliczyć różnicę oraz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, gdy dane są dowolny wyraz i suma kolejnych wyrazów tego ciągu (K-R)  | *•* rozwiązywać równania, których jedna strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego (R-D)*•* rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R-D) |
| Ciąg geometryczny | 3 | *•* pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K)*•* wzór ogólny ciągu geometrycznego (K)*•* pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych (P)*•* warunki od jakich zależy kiedy ciąg geometryczny jest rosnący a kiedy malejący (P) | *•* pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K)*•* wzór ogólny ciągu geometrycznego (K)*•* pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych (P) | *•* obliczyć ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych (K-P)*•* sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem geometrycznym (K-P)*•* zapisać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dany jest:- iloraz i dowolny wyraz tego ciągu (P)- dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego (K-R)*•* sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego (P-R)*•* określić monotoniczność ciągów geometrycznych (R)*•* zapisać wzory ogólne ciągów geometrycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P-D) | *•* obliczyć wartości zmiennych, które wraz z danymi liczbami tworzą ciąg geometryczny (R-D)*•* rozwiązać zadania dotyczące ciągów geometrycznych (R-W) |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 2-3 | *•* wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K)  | *•* wzór na sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) | *•* obliczyć sumę wyrazów ciągu geometrycznego (P-R) | *•* rozwiązać zadania dotyczące sum ciągów geometrycznych (R-W)  |
| Procent prosty i procent składany | 4 | *•* pojęcia: procent prosty, procent składany (P)*•* wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | *•* pojęcia: procent prosty, procent składany (P)*•* wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (P-R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (R-D) |
| Granice ciągów | 2 | • definicję granicy ciągu (P)• pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do , ciąg rozbieżny do (P)• warunek zbieżności i  rozbieżności ciągu geometrycznego (P) | • definicję granicy ciągu (P)• pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do , ciąg rozbieżny do (P)• warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P) | • obliczyć granice niektórych ciągów (P-D)• podać przykłady ciągów zbieżnych oraz rozbieżnych (P)• określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu na podstawie jego wykresu (P-D) | • na podstawie wzoru ogólnego określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu (R-D) |
| Obliczanie granic | 3-4 | • własności granic ciągów (P)• własności granic ciągów rozbieżnych (P)• symbole nieoznaczone (P)*•* twierdzenie o trzech ciągach (P) | • własności granic ciągów (P)• własności granic ciągów rozbieżnych (P) | • obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (P-R) | • obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (R-D)• określić wartość parametru, dla którego granica danego ciągu spełnia określone warunki (R-D) |
| Szereg geometryczny | 3 | • pojęcie szeregu geometrycznego (P)• wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie (P)  | • pojęcie szeregu geometrycznego (P)• wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie (P)  | • obliczać sumy szeregów geometrycznych (P-R)• rozwiązać równania, którego lewa strona jest szeregiem geometrycznym (P-R) | • rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R-W)• rozwiązać równania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Ciągi* |
| **PODOBIEŃSTWO FIGUR 13 h – 16 h** |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 2-3 | *•* twierdzenie Talesa (K)*•* twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | *•* twierdzenie Talesa (K)*•* twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | *•* stosować twierdzenie Talesa oraz twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach rachunkowych (P-R)*•* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych (P-R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego (R-D) |
| Wielokąty podobne | 2-3 | *•* pojęcie ﬁgur podobnych (K)*•* pojęcie skali podobieństwa (K)*•* własności ﬁgur podobnych (K) | *•* pojęcie ﬁgur podobnych (K)*•* pojęcie skali podobieństwa (K)*•* własności ﬁgur podobnych (K) | *•* rozpoznać ﬁgury podobne(K-P)*•* znaleźć długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie (R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem własności podobieństwa (R-D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 | *•* cechy podobieństwa trójkątów (K) | *•* cechy podobieństwa trójkątów (K) | *•* rozpoznać trójkąty podobne (K-P)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K-R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R-D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 2-3 |  |  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K-R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R-D) |
| Pola ﬁgur podobnych | 2 | *•* zależność między stosunkiem pól ﬁgur podobnych a skalą podobieństwa (K) | *•* zależność między stosunkiem pól ﬁgur podobnych a skalą podobieństwa (K) | *•* obliczyć pola ﬁgur podobnych (P-R)*•* obliczyć skalę podobieństwa, gdy dane są pola ﬁgur podobnych (P-R) | *•* rozwiązać zadania dotyczące pól ﬁgur podobnych (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Podobieństwo figur* |
| **FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE 30 h – 36 h** |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | 1 | *•* definicje funkcji , , kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K)*•* wartości funkcji , , kątów o miarach , , (K) | *•* pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) | *•* rozwiązać trójkąty prostokątne (P-R)*•* korzystać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych (K) | *•* rozwiązać zadania stosując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (R-D)*•* porządkować kąty ostre, znając wartości ich funkcji trygonometrycznych i odwrotnie (R-D) |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 | *•* pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K)*•* pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K)  | *•* pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K)*•* pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) | *•* zaznaczyć w układzie współrzędnych kąty o podanych miarach (K-P)*•* ustalić, w której ćwiartce układu współrzędnych leży drugie ramię kąta o podanej mierze (K-P) | *•* podać przykłady kątów spełniających określone warunki (R) |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | 2 | *•* deﬁnicje funkcji ,, dowolnego kąta (K)*•* znaki wartości funkcji, , dla kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K)*•* wzory wynikające z okresowości funkcji, , (P) | *•* deﬁnicje funkcji , , dowolnego kąta (K) | *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na końcowym ramieniu kąta (K-P) *•* ustalić znaki wartości funkcji trygonometrycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K)*•* określić, w której ćwiartce układu leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych kąta (K-P)*•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu (P)• narysować w układzie kąt, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (K-P) | *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów dodatnich i ujemnych, wykorzystując deﬁnicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym oraz wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach , , (P-D)*•* podać wszystkie kąty spełniające określone warunki, korzystając z deﬁnicji funkcji trygonometrycznych (R-D)*•* obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R-D) |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 | *•* związki między funkcjami sinus, cosinus i tangens tego samego kąta (tożsamości trygonometryczne) (K) | *•* związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (K) | *•* obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z  nich (K-R)*•* sprawdzić tożsamości trygonometryczne (P-D)*•* uprościć wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne (P-D)*•* ustalić najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierającego funkcje trygonometryczne (P-D) | *•* rozwiązać zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne (R-D) |
| Wykres funkcji | 1-2 | *•* sposób sporządzania wykresu funkcji (P)*•* własności funkcji (K) | *•* własności funkcji (K) | *•* naszkicować wykres funkcji (K)*•* odczytać z wykresu własności funkcji (K-P)*•* ustalić znak, obliczyć i porównać wartości funkcji sinus dla podanego kąta, korzystając z sinusoidy (K-P) | *•* znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji sinus spełniają określone warunki (R-D) |
| Wykres funkcji | 1-2 | *•* sposoby sporządzania wykresu funkcji (P)*•* własności funkcji (K) | *•* sposoby sporządzania wykresu funkcji (P)*•* własności funkcji (K) | *•* naszkicować wykres funkcji (K)*•* odczytać z wykresu własności funkcji (K-R)*•* ustalić znak funkcji cosinus dla podanego kąta, korzystając z cosinusoidy (K-P)*•* obliczyć wartości funkcji cosinus dla podanych kątów, wykorzystując cosinusoidę(K-P)*•* porównać wartości i własności funkcji i (K-P) | *•* znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji cosinus spełniają określone warunki (R-D) |
| Wykres funkcji | 1-2 | *•* wykres funkcji (K)*•* pojęcie asymptoty wykresu (P)*•* własności funkcji (K) | *•* pojęcie asymptoty wykresu (P)*•* własności funkcji (K) | *•* narysować wykres funkcji (P)*•* odczytać własności funkcji z wykresu (R)*•* korzystać z wzorów redukcyjnych (P-D)*•* porządkować wartości funkcji trygonometrycznych dla danego kąta (P-R)*•* obliczyć wartości funkcjidla podanych kątów, wykorzystując tangensoidę(K–P) | *•* ustalać argumenty, dla których wartości funkcji trygonometrycznych spełniają określone warunki (R-D) |
| Wzory redukcyjne | 3 | *•* wzory na obliczanie wartości funkcji , , dowolnego kąta znając ich wartość dla odpowiedniego kata ostrego (K) | *•* podstawowe wzory redukcyjne (K) | *•* ustalać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, wykorzystując tablice oraz wzory redukcyjne (K-R)*•* korzystać z tablic trygonometrycznych (K)*•* wyznaczać argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P-R) | *•* obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R-D)*•* uzasadniać tożsamości trygonometryczne (R-D) |
| Powtórzenie i sprawdzian | 2 |  |  |  |  |
| Miara łukowa kąta | 2 | *•* deﬁnicję miary łukowej kąta środkowego (K)*•* jednostkę miary łukowej kąta (K)*•* zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) | *•* deﬁnicję miary łukowej kąta środkowego (K)*•* jednostkę miary łukowej kąta (K)*•* zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) | *•* obliczyć miarę łukową kąta środkowego (K-P) *•* rozwiązać zadania, stosując wzór na miarę łukową kąta środkowego (K-P) *•* zamienić miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie (K-P)  | *•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej (R-D) |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | 2 | *•* własności funkcji ,, zmiennej rzeczywistej (P-D)*•* własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P-R) | *•* własności funkcji ,, zmiennej rzeczywistej (P-D)*•* własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P-R) | *•* rysować wykresy funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej i określić ich własności (P-D)*•* wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P-R)*•* dopasować wzór do wykresu funkcji trygonometrycznej i odwrotnie (R)  | *•* określać własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (okresowość, parzystość, nieparzystość) (R)*•* wyznaczać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają dane warunki (R-D)*•* określać wartość parametru, dla którego funkcja trygonometryczna spełnia dane warunki (R-D)*•* rysować wykresy funkcji opisanych przy pomocy dwóch wzorów (R-D) |
| Funkcje o wzorach, ... | 2-3 | *•* zasady sporządzania wykresów funkcji ,... (P-R) | *•* zasady sporządzania wykresów funkcji ,... (P-R) | *•* rysować wykresy funkcji, (P-R)*•* odczytać własności funkcji, , korzystając z ich wykresów (R-D) | *•* określać wzory funkcji typu, , spełniających określone warunki (R-D)*•* rysować wykresy funkcji, i określać ich własności (R-W) |
| Równania trygonometryczne | 4-5 | *•* sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych(P-D)*•* sposoby zapisywania rozwiązań (P-R)*•* niektóre wzory trygonometryczne (D) | *•* sposoby wykorzystania wykresów funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań (P-R) *•* sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych(P-D)  | *•* rozwiązywać równania trygonometryczne postaci i (P-R) | *•* rozwiązywać trudniejsze równania trygonometryczne (R-D) |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 | *•* wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów (K)*•* wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta (P) | *•* przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów np. 75⁰ *•* przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta w rozwiązywaniu równań trygonometrycznych | *•* stosować wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów (P-R)*•* rozwiązywać proste równania trygonometryczne, stosując wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta(P-R) | *•* rozwiązywać trudniejsze równania trygonometryczne, stosując wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta (R-D)*•* udowodniać tożsamości trygonometryczne (R-D)  |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Funkcje trygonometryczne* |
| **GEOMETRIA ANALITYCZNA 17 h – 20 h** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 | *•* wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (K)*•* wzór na współrzędne środka odcinka (K)• zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K)  | *•* wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (K)*•* wzór na współrzędne środka odcinka (K)• zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K)  | *•* obliczyć odległość punktów na płaszczyźnie (K) *•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem wzoru na długość odcinka (P-R)• wyznaczać współrzędne środka odcinka (K-P)• wyznaczać współrzędne jednego z końców odcinka, znając współrzędne drugiego końca oraz środka odcinka(P-R)• wyznaczać współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem osi lub początku układu współrzędnych (K) • wyznaczać współrzędne obrazów danych punktów w symetrii względem prostej równoległej do osi oraz osi (P) • wyznaczać równanie prostej, względem której dane punkty są symetryczne (P) • wyznaczyć środek symetrii ﬁgury złożonej z dwóch punktów (K-P) | • rozwiązywać zadania, wykorzystując wzory na długość odcinka oraz jego środek (R)• rozwiązywać zadania, korzystając z zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi lub początku układu współrzędnych (R)  |
| Równanie prostej | 2-3 | *•* ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K)*•* pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K)*•* związek między tangensem kąta nachylenia prostejdo osi a  jej współczynnikiem kierunkowym (P)*•* warunek równoległości prostych (K)*•* warunek prostopadłości prostych (P) | *•* ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K)*•* pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K)*•* związek między tangensem kąta nachylenia prostej do osi a jej współczynnikiem kierunkowym (P)*•* interpretację geometryczną układu dwóch równań liniowych (P) | *•* przekształcać ogólne równanie prostej na równanie kierunkowe i odwrotnie (K)*•* obliczać współrzędne punktów przecięcia danej prostej z osiami układu współrzędnych (K)*•* znaleźć równanie prostej:- przechodzącej przez dwa dane punkty (K-P)- przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej (K-P)- przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (P-R)*•* sprawdzać, czy dane trzy punkty są współliniowe (P)  | *•* obliczać miarę kąta, pod jakim przecinają się proste o danych równaniach (R-D)*•* rozwiązywać zadania dotyczące równania prostej (R-W) |
| Równanie prostej (cd.) | 3 | *•* wzór na odległość między prostymi równoległymi (K)*•* wzór na odległość punktu od prostej (K) | *•* wzór na odległość między prostymi równoległymi (K)*•* wzór na odległość punktu od prostej (K) | *•* znaleźć równanie prostej:- przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P-R)- przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P-R)*•* obliczać odległość miedzy prostymi równoległymi (P)*•* obliczać odległość punktu od prostej (P)*•* obliczać pole trójkąta, znając współrzędne jego wierzchołków (P-R) | *•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem ogólnych i kierunkowych równań prostych (R-D) |
| Równanie okręgu | 3-4 | *•* równanie okręgu w postaci kanonicznej (K)*•* nierówność opisującą koło (R)*•* interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | *•* równanie okręgu (K)*•* nierówność opisującą koło (R)*•* interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | *•* wyznaczyć równanie okręgu o danym środku i promieniu (P)• określić położenie punktu względem okręgu o danym równaniu (K-P)*•* rozwiązywać zadania dotyczące okręgów w układzie współrzędnych (P-R)• określić wzajemne położenie okręgów, znając ich równania (P-R) | *•* zaznaczać w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają określone warunki i opisywać zaznaczone zbiory punktów (R-D)*•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równania okręgu i nierówności koła (R-D)*•* wyznaczyć równanie stycznej do okręgu o danym równaniu (R-D) |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 3-4 | *•* interpretację geometryczną układów równań (K-P)*•* interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności(R-D) | *•* interpretację geometryczną układów równań (K-P)*•* interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności(R-D) | • ustalić liczbę rozwiązań układu równań korzystając z jego interpretacji geometrycznej (K-P)*•* wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych:- prostych i okręgów (K-P)- dwóch okręgów (P-R)- okręgu i paraboli (R-W)  | *•* opisać za pomocą nierówności lub układu nierówności zbiór punktów zaznaczonych w układzie współrzędnych (R)*•* określać wartości parametrów, dla których parabola, okrąg, prosta spełniają dane warunki (R-D)*•* wyznaczać równania okręgów(R-D)*•* wyznaczyć równania stycznych do okręgów (R-D) *•* rozwiązywać niestandardowe zadania dotyczące okręgów i elips (D-W) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Geometria analityczna* |
| **STEREOMETRIA 21 h – 23 h** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 3-4 | *•* pojęcie figury wypukłej (K)*•* pojęcie czworościanu (K)*•* pojęcie wielościanu foremnego (P)*•* reguły rysowania rzutów brył (K)*•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa (K)*•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa (K) | *•* pojęcie figury wypukłej (K)*•* pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K)*•* pojęcie czworościanu (K)*•* reguły rysowania rzutów brył (K) | *•* rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów (K)*•* wyznaczyć długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym (K-R)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości graniastosłupów(K-R)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości ostrosłupów (K-R)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów powstałych w wyniku doklejenia lub odcięcia od graniastosłupa (ostrosłupa) innego graniastosłupa lub ostrosłupa (P-D)*•* obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów foremnych (P-R)*•* obliczyć długości odcinków w wielościanach foremnych(P-R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów (R-W)• wyznaczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P-D) |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 | *•* wzory na obliczanie pól powierzchni i objętości walca, stożka i kuli (K) | • pojęcie bryły obrotowej (P) | *•* narysować rzuty walca, stożka i kuli (K)*•* obliczyć pole i objętość brył obrotowych (K) | *•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w walec(stożek lub kulę) oraz opisanych na walcu (stożku lub kuli) (R-W)*•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych wpisanych w graniastosłup (ostrosłup) i opisanych na graniastosłupie (ostrosłupie) (R-W) |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 | *•* pojęcia: proste równoległe w przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K)*•* pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K)*•* pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K)*•* twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (P) | *•* różnicę pomiędzy prostymi prostopadłymi w przestrzeni a prostymi skośnymi (P) | *•* wskazać kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (K-P)*•* wskazać kąty między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów (P-D)*•* wyznaczyć miary kątów między- odcinkami (K-P)- odcinkami i ścianami (P-R)- ścianami (R)graniastosłupów i ostrosłupów• obliczyć pole powierzchni i objętość graniastosłupa lub ostrosłupa na podstawie:- rysunku (K-P)- opisu (P-R) | *•* rozwiązać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów(R-W)*•* uzasadnić wskazane tezy (R-D) |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 | *•* pojęcie przekroju bryły (P) | *•* pojęcie przekroju bryły (P) | *•* rysować przekrój sześcianu płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K-P)*•* obliczyć pole przekroju zaznaczonego na rzucie sześcianu (K-R)*•* obliczyć pole przekroju, którego odcinki zaznaczone są na siatce sześcianu (R-D)*•* rysować przekrój ostrosłupa prawidłowego płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K-P)*•* obliczyć pole (obwód) przekroju zaznaczonego na rzucie ostrosłupa prawidłowego (K-R) | *•* rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące przekroju sześcianu(R-D)*•* rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące przekroju ostrosłupa prawidłowego (R-D) |
| Bryły podobne | 3-4 | *•* zależność między stosunkiem objętości brył podobnych a skalą podobieństwa (K) |  | *•* obliczać pola i objętości brył podobnych (K)*•* obliczać pola i objętości brył powstałych poprzez odcięcie ich części (P-R) | *•* obliczać objętości brył powstałych ze sklejenia ze sobą części stożków i walców (R-D)*•* obliczać objętości brył powstałych w wyniku wycięcia walców z części stożków (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Stereometria* |