**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE II WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**ZAKRES ROZSZERZONY**

Program nauczania: *Matematyka z plusem*

Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 150

**Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:**

*Matematyka z plusem 2. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 2. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 2. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy. Wersja dla nauczyciela,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 2. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony. Wersja dla nauczyciela,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 2. Zbiór zadań,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, A. Wojaczek

*Matematyka z plusem 2. Ćwiczenia podstawowe,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

**ROZKŁAD MATERIAŁU DLA KLASY II**

|  |  |
| --- | --- |
| **TEMAT** | **Liczba godzin** |
| **WIELOMIANY** | **16-22** |
| Przykłady wielomianów | 2-3 |
| Rozkład wielomianu na czynniki | 2-3 |
| Równania wielomianowe | 2-3 |
| Dzielenie wielomianów | 2-3 |
| Twierdzenie Bézouta | 2-3 |
| Równania wielomianowe (cd.) | 3-4 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 1** | **17-20** |
| Kąty**.** Kąty w trójkątach i w czworokątach | 3-4 |
| Podstawowe własności trójkątów | 2-3 |
| Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa | 3-4 |
| Własności trójkątów (cd.) | 3 |
| Własności czworokątów | 3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **FUNKCJE** | **22-28** |
| Funkcje wielomianowe | 3-4 |
| Nierówności wielomianowe | 2-3 |
| Funkcje wielomianowe (cd.) | 2-3 |
| Nierówności wielomianowe (cd.) | 3-4 |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna | 4 |
| Równania wykładnicze i logarytmiczne | 3-4 |
| Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych | 2-3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 2** | **16-21** |
| Pole koła. Długość okręgu | 2-3 |
| Własności kątów środkowych i kątów wpisanych | 2-3 |
| Proste i okręgi | 3 |
| Okrąg opisany na wielokącie.  | 2-3 |
| Okrąg wpisany w wielokąt | 2-3 |
| Własności wielokątów. Wielokąty foremne | 2-3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **TRYGONOMETRIA** | **24-30** |
| Tangens kąta ostrego | 2-3 |
| Sinus i cosinus kąta ostrego | 2-3 |
| Obliczenia trygonometryczne | 3 |
| Zastosowania trygonometrii | 2-3 |
| Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°,45° i 60° | 3 |
| Związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 |
| Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180° | 3 |
| Twierdzenie sinusów | 2-3 |
| Twierdzenie cosinusów | 2-3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **FIGURY W PRZESTRZENI** | **13-18** |
| Graniastosłupy | 2-3 |
| Ostrosłupy | 2-3 |
| Walec | 2-3 |
| Stożek | 2-3 |
| Kula | 2-3 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **STATYSTYKA** | **9-10** |
| Przybliżenia  | 1-2 |
| Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta | 3 |
| Średnia ważona | 2 |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 |
| **RAZEM** | **117-149** |

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE II WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

**Kategorie celów nauczania**:

A — zapamiętanie wiadomości

B — rozumienie wiadomości

C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych

D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

**Poziomy wymagań edukacyjnych**:

K — konieczny — ocena dopuszczająca (2)

P— podstawowy — ocena dostateczna (3)

R — rozszerzający — ocena dobra (4)

D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5)

W — wykraczający — ocena celująca (6)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **JEDNOSTKA TEMATYCZNA** | **LICZBA JEDNOSTEK** | **CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ** |
| **podstawowe** | **ponadpodstawowe** |
| **KATEGORIA A** Uczeń zna: | **KATEGORIA B**Uczeń rozumie: | **KATEGORIA C**Uczeń potraﬁ: | **KATEGORIA D**Uczeń potraﬁ: |
| **WIELOMIANY 16 h – 22 h** |
| Przykłady wielomianów | 2-3 | *•* pojęcia: jednomian, wielomian stopnia $n$*,* wielomian zerowy, wielomiany równe, dwumian, trójmian, trójmian kwadratowy (K) | *•* kiedy wielomiany tej samej zmiennej są równe (P) | *•* określić stopień wielomianu (K)*•* nazwać współczynniki wielomianu (K)*•* porządkować wielomiany i doprowadzić je do najprostszej postaci (K-R) *•* obliczać sumy, różnice, iloczyny wielomianów (K-P)*•* określić stopień sumy, różnicy, iloczynu wielomianów (P-R)*•* obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej (K-P)*•* określić, kiedy dwa wielomiany tej samej zmiennej są równe (K-P)*•* obliczać wartości współczynników, dla których dwa wielomiany tej samej zmiennej są równe (P-R)*•* podać przykłady wielomianów określonego stopnia (P-R) | *•* wykonać działania na wielomianach i przedstawiać otrzymane wielomiany w najprostszej postaci (R-D)*•* obliczać wartości współczynników wielomianu, gdy dane są wartości wielomianu dla określonych wartości zmiennych (R-D)*•* podać przykłady wielomianów spełniających określone warunki(R-D) |
| Rozkład wielomianu na czynniki | 2-3 | *•* wzory skróconego mnożenia (K)*•* zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias (K-P)*•* algorytm rozkładu trójmianu kwadratowego na czynniki (K) | *•* metody rozkładu wielomianu na czynniki (K) | *•* rozłożyć wielomiany na czynniki, stosując:- wyłączanie czynnika poza nawias (K)- wzory skróconego mnożenia (K-P)- rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki w zależności od znaku wyróżnika ∆ (K-P)- metodę grupowania wyrazów (P-R)*•* rozłożyć wielomian na czynniki jak najniższego stopnia (P-R) | *•* stosować wzory skróconego mnożenia do rozkładu wielomianu na czynniki (R-D)*•* uzasadnić wskazane tezy (R-D)*•* wykorzystać rozkład wielomianu na czynniki do zapisu wielomianu w prostszej postaci (R-D)*•* określić, dla jakich wartości zmiennej wielomian przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P-D)  |
| Równania wielomianowe | 2-3 | *•* pojęcie równania wielomianowego (K)*•* pojęcie pierwiastka wielomianu (K)*•* pojęcie *k*-krotnego pierwiastka wielomianu (K) |  | *•* rozwiązać równanie wielomianowe typu $W\left(x\right)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej (K)*•* rozwiązać równanie wielomianowe typu $W\left(x\right)=0$ dla wielomianów, które da się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub grupowania (P-R)*•* podać liczbę pierwiastków równania wielomianowego (P-R)*•* określić krotność pierwiastka wielomianu (P) | *•* rozwiązywać nietypowe równania (R-D)*•* ustalić liczbę rozwiązań równania wielomianowego (R-D)*•* ustalić wartości parametrów, dla których dany wielomian spełnia określony warunek (R-D)*•* rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań wielomianowych (R-D) |
| Dzielenie wielomianów | 2-3 | *•* algorytm dzielenia wielomianu jednej zmiennej przez dwumian (K)*•* określenie podzielności wielomianu przez dwumian (K)*•* pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian (P)*•* schemat Hornera (P) | *•* algorytm Hornera (P) | *•* podzielić wielomian przez dwumian i podać wynik dzielenia (K-P)*•* wskazać wielomiany, przez które podzielny jest wielomian przedstawiony w postaci iloczynowej (K)*•* zapisać dzielony wielomian w postaci iloczynu (K-R)*•* wykonać dzielenie z resztą(P-R)*•* podać resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian (P)*•* wykonać dzielenie wielomianu przez dwumian, korzystając ze schematu Hornera (R) | *•* rozwiązać zadania tekstowe z zastosowaniem dzielenia wielomianów (R-D)*•* znaleźć wielomiany spełniające określone warunki, korzystając ze schematu Hornera (R-D) |
| Twierdzenie Bézouta | 2-3 | *•* twierdzenie Bézouta (P)*•* własność wielomianu dotyczącą reszty z dzielenia wielomianu $W\left(x\right)=0$ przez dwumian $\left(x-a\right)$ (P) | *•* twierdzenie Bézouta (P)*•* dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu $W\left(x\right)=0$ przez dwumian $\left(x-a\right)$ (P) | *•* sprawdzić, czy wielomian jest podzielny przez dany dwumian (K)*•* obliczyć resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia (P)*•* obliczyć pierwiastki równania wielomianowego, znając jeden z nich (P-R) | *•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia Bézouta (R-D)*•* obliczyć wartość parametru, dla którego wielomian jest podzielny przez dany dwumian (R-D) |
| Równania wielomianowe (cd.) | 3-4 | *•* algorytm szukania pierwiastków równania (K)*•* twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu (K) | *•* dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu (R) | *•* sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu (P)*•* znaleźć pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych (K-P)*•* określić liczbę pierwiastków całkowitych wielomianu (K-P) *•* znaleźć pozostałe pierwiastki wielomianu w sytuacji, gdy dany jest jeden z nich (K-P) *•* znaleźć wszystkie pierwiastki wielomianu w sytuacji, gdy nie ma konieczności stosowania twierdzenia o pierwiastkach wymiernych wielomianu (P-R) | *•* ustalić wartości parametrów, dla których dany wielomian spełnia określony warunek (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Wieomiany* |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 1 17 h- 20 h** |
| Kąty. Kąty w trójkątach i w czworokątach | 3-4 | • oznaczenia stosowane w geometrii (K)*•* pojęcia kątów: wierzchołkowych, przyległych, odpowiadających, naprzemianległych oraz własności tych kątów (K)*•* twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta i czworokąta (K)*•* twierdzenia dotyczące kątów w trapezach i równoległobokach (K) |  | *•* wskazać kąty wierzchołkowe, przyległe, odpowiadające i naprzemianległe (K)*•* obliczyć na podstawie rysunku miary kątów (K-P)*•* sprawdzić, czy trzy punkty są współliniowe (P)*•* stosować własności kątów w zadaniach (K-P)*•* obliczać miary kątów trójkątów i czworokątów (K-P)*•* stosować własności kątów w zadaniach (K-R) | *•* obliczać miary kątów trójkątów i czworokątów (R-D)*•* stosować własności kątów w zadaniach (R-D)*•* uzasadnić cechy wskazanego trójkąta (D) |
| Podstawowe własności trójkątów | 2-3 | *•* nierówność trójkąta (K)*•* pojęcie wysokości trójkąta (K)*•* wzór na pole trójkąta (K) | *•* że, najdłuższy bok leży naprzeciwko kąta o największej mierze (K)*•* sposoby obliczania pól trójkątów (K) | *•* wskazać najdłuższy (najkrótszy) bok trójkąta (K) *•* wskazać w trójkącie kąt o największej (najmniejszej) mierze (K)*•* ocenić, czy z odcinków o danej mierze można zbudować trójkąt (P)*•* obliczyć pole trójkąta (K-P)*•* obliczyć długość boku (wysokość) trójkąta, mając dane jego pole i wysokość (długość boku) (P) | *•* stosować nierówność trójkąta w zadaniach (R-D) |
| Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa | 3-4 | *•* twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne (K)*•* wzór na pole i wysokość trójkąta równobocznego (K)*•* zależność między bokami trójkąta o kątach $90°, 45°, 45°$ oraz trójkąta o kątach $90°, 30°, 30°$ (K)*•* pojęcie trójki pitagorejskiej (R)  |  *•* dowód twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa (P) | *•* obliczyć długość trzeciego boku trójkąta prostokątnego, mając dane długości dwóch jego boków (K-P)*•* obliczyć długość boku (wysokość) trójkąta równobocznego, mając dane pole (długość boku) (K-P)*•* obliczyć pole (obwód) trójkąta o kątach 900, 450, 450, mając daną długość jednego boku (P-R)*•* obliczyć pole (obwód) trójkąta o kątach 900, 300, 600, mając daną długość jednego boku(P-R)*•* rozpoznać trójkąt prostokątny na podstawie długości jego boków (P)*•* stosować twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach(P-R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia do niego odwrotnego (R-D) |
| Własności trójkątów (cd.) | 3 | *•* cechy przystawania trójkątów (bbb, bkb, kbk) (K)*•* pojęcie i własności symetralnej odcinka (K-P)*•* twierdzenie o symetralnych boków trójkąta (P)*•* pojęcie i własności dwusiecznej kąta (K-P)*•* twierdzenie o wysokościach trójkąta (K)*•* twierdzenie o środkowych trójkąta (K)*•* pojęcia: środkowa trójkąta, środek ciężkości trójkąta, ortocentrum (K) | *•* dowody twierdzeń o istnieniu szczególnych punktów trójkąta: środek ciężkości i punkt przecięcia się symetralnych boków (P) | *•* rozpoznawać trójkąty przystające (K-P)*•* uzasadniać przystawanie trójkątów (P-R)*•* stosować własności symetralnych odcinków w zadaniach (P-R)*•* stosować własności dwusiecznych kątów w zadaniach (P-R)*•* stosować własności środkowych trójkąta w zadaniach (P-R) | *•* uzasadnić wskazane własności trójkątów (R-D)*•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń (R-D) |
| Własności czworokątów | 3 | *•* własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu (K)*•* wzory na obliczanie pól czworokątów (K)*•* twierdzenie o przekątnych równoległoboku (P) | *•* twierdzenie o przekątnych równoległoboku (P)*•* klasyfikację czworokątów (P) | *•* obliczać pola (obwody) czworokątów:- na postawie rysunku lub opisu (K-P),- znając jego obwód (pole) i stosunki miarowe (P-R)*•* stosować twierdzenie Pitagorasa w zadaniach (P-R) | *•* rozwiązywać zadania na obliczanie pól i obwodów czworokątów (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Figury na płaszczyźnie. Część 1* |
| **FUNKCJE 22 h-28 h** |
| Funkcje wielomianowe | 3-4 | *•* pojęcie funkcji wielomianowej (K)*•* własności funkcji wielomianowych (P)  | *•* pojęcie funkcji wielomianowej (K)*•* własności funkcji wielomianowych (P) | *•* dopasować wykres funkcji do jej wzoru (P-R)*•* sporządzić wykres funkcji określonej wzorem (P-R)*•* podać wzór funkcji spełniającej określone własności (K-P)*•* podać wzór funkcji na podstawie jej wykresu (P-R)*•* badać własności funkcji wielomianowych (K-D) | *•* szkicować wykresy funkcji wielomianowych (R-D) |
| Nierówności wielomianowe | 2-3 | *•* pojęcie nierówności wielomianowej (K) | *•* pojęcie nierówności wielomianowej (K) | *•* rozwiązać nierówność wielomianową, w której jedna ze stron zapisana jest w postaci iloczynowej, wykorzystując schematyczne wykresy funkcji liniowej i kwadratowej (P)*•* rozwiązać nierówność wielomianową wymagającą doprowadzenia jednej ze stron do postaci iloczynowej metodą wyłączania czynnika przed nawias lub metodą grupowania wyrazów oraz wykorzystania schematycznych wykresów funkcji liniowej i kwadratowej (K-R)*•* określić dziedzinę funkcji, rozwiązując odpowiednią nierówność wielomianową (R-D)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem nierówności wielomianowych (R-D)  |
| Funkcje wielomianowe (cd.) | 2-3 | *•* sposób szkicowania wykresu funkcji wielomianowej (P) | *•* zależność liczby miejsc zerowych funkcji wielomianowej od stopnia wielomianu (P)*•* przebieg wykresu funkcji wielomianowej w zależności od krotności pierwiastka (P) | *•* określić znak współczynnika przy najwyższej potędze wielomianu na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (P)*•* określić sposób przesunięcia wykresu funkcji wielomianowej tak, aby spełniała określone warunki (P)*•* określić, czy pierwiastek wielomianu jest krotności parzystej, czy nieparzystej na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (P) | *•* określić własności wielomianu na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (R-D)*•* podać przykłady funkcji wielomianowych spełniających określone warunki (R-D) |
| Nierówności wielomianowe (cd.) | 3-4 | *•* sposób szkicowania wykresu przedstawiającego zmianę znaku wartości funkcji wielomianowej (K-P) | *•* sposób szkicowania wykresu przedstawiającego zmianę znaku wartości funkcji wielomianowej (K-P) | *•* rozwiązać nierówność wielomianową, w której jedna ze stron zapisana jest w postaci iloczynowej, na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (K-P)*•* rozwiązać nierówność wielomianową wymagającą doprowadzenia jednej ze stron do postaci iloczynowej metodą wyłączania czynnika przed nawias lub metodą grupowania wyrazów na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (K-R) | *•* określić, dla jakich wartości parametru zbiorem rozwiązań nierówności wielomianowej jest dany zbiór (R-D)*•* znaleźć argumenty, dla których dane funkcje wielomianowe spełniają określone warunki (R-D)*•* określić dziedzinę funkcji (R-D) |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna | 4 | *•* definicję i własności funkcji wykładniczej (P)*•* definicję i własności funkcji logarytmicznej (P)• związek logarytmowania z potęgowaniem (P) | *•* pojęcie asymptoty (P) | *•* sporządzić wykres i określić własności funkcji wykładniczej (P-R)*•* dopasować wzór do wykresu funkcji wykładniczej i logarytmicznej (K-R) *•* określić wzór funkcji wykładniczej, której wykres przechodzi przez dany punkt (P)*•* określić dziedzinę funkcji logarytmicznej (P)*•* narysować wykres funkcji powstałej z przekształcenia funkcji wykładniczej (P-R) | *•* określić wzory funkcji wykładniczych i logarytmicznych spełniających określone warunki (R-D)*•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem funkcji wykładniczych oraz logarytmicznych i ich własności (R-D)*•* podać przykłady funkcji wykładniczych i logarytmicznych spełniających określone warunki (R-D)*•* znaleźć równanie asymptoty wykresów funkcji wykładniczych i logarytmicznych o podanych wzorach (R-D)*•* znaleźć wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej, której wykres powstaje z przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej lub logarytmicznej (R-W) |
| Równania wykładnicze i logarytmiczne | 3-4 | *•* sposoby rozwiązywania równań wykładniczych i logarytmicznych (K-P)*•* definicję logarytmu (K)*•* własności logarytmów (P) | *•* pojęcie funkcji różnowartościowej (P) | *•* rozwiązać równanie wykładnicze (P-R)*•* zapisać założenia do równania logarytmicznego (P)*•* rozwiązać równanie logarytmiczne (P-R) | *•* rozwiązać równanie wykładnicze (R-D)*•* rozwiązać równanie logarytmiczne (R-D)*•* znaleźć argumenty, dla których dane funkcje, powstałe wskutek przekształceń funkcji wykładniczej oraz funkcji logarytmicznej, spełniają określone warunki (R-D)  |
| Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych | 2-3 |  | *•* potrzebę stosowania potęg i logarytmów do opisu różnych zjawisk (R-W) | *•* rozwiązywać zadania dotyczące zjawisk opisanych wzorami funkcji wykładniczej i logarytmicznej (P-R) | *•* stosować model wykładniczy do opisu wielkości, które zmieniają się w stałym tempie (R-D)*•* obliczyć liczbę cyfr liczby naturalnej zapisanej w postaci potęgi (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Funkcje* |
| **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE. CZĘŚĆ 2 16 h-21 h** |
| Pole koła. Długość okręgu | 2-3 | *•* pojęcia koła i okręgu oraz kąta środkowego (K)*•* wzory na obliczanie obwodu i pola koła (K)*•* wzory na obliczanie długości łuku i pola wycinka kołowego (K) | *•* uzasadnienie wzoru na pole koła (R) | *•* obliczyć pole i obwód koła (K-P)*•* obliczyć długość łuku i pole wycinka koła (P)*•* obliczyć pole i obwód figur, których elementami są koła, okręgi lub ich części (P-R) | *•* rozwiązywać zadania na obliczanie pól i obwodów kół oraz długości łuków i pól wycinków kół (D-W) |
| Własności kątów środkowych i kątów wpisanych | 2-3 | *•* pojęcia kąta wpisanego i kąta środkowego (K)*•* twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych (K-P) | *•* pojęcie kąta wpisanego i środkowego (K)*•* dowody twierdzeń o kątach w okręgu (P) | *•* obliczyć miarę kąta wpisanego (środkowego), mając daną miarę kąta środkowego (wpisanego) opartego na tym samym łuku (K)*•* stosować twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych (K-P)  | *•* rozwiązywać zadania wykorzystujące wzajemne zależności pomiędzy kątami wpisanymi i środkowymi opartymi na tym samym łuku (R-D) |
| Proste i okręgi | 3 | *•* możliwe wzajemne położenia prostej i okręgu na płaszczyźnie (K)*•* fakt prostopadłości stycznej do promienia łączącego środek okręgu z punktem styczności (K)*•* własności stycznej do okręgu (P)*•* twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą (P)*•* twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych (R)*•* możliwe wzajemne położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (K)*•* pojęcie okręgów rozłącznych, przecinających się i stycznych (K) |  | *•* rozwiązywać zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (P)*•* korzystać z własności stycznej do okręgu (P)*•* korzystać z twierdzenia o związkach miarowych między odcinkami stycznych (R)*•* określać wzajemne położenie dwóch okręgów, znając ich promienie i odległość między ich środkami (P)*•* obliczać odległość między środkami okręgów, znając ich promienie i położenie (P)*•* rozwiązać proste zadanie dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (P-R) | *•* rozwiązać nieszablonowe zadanie dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (R)*•* rozwiązać zadanie tekstowe związane ze wzajemnym położeniem okręgów (R-D) |
| Okrąg opisany na wielokącie.  | 2-3 | *•* pojęcia: symetralna odcinka, wielokąt wpisany w okrąg (K)*•* twierdzenie o okręgu opisanym na trójkącie (K)*•* warunek wpisania wielokąta w okrąg (K)*•* twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg (K) | *•* dowódtwierdzenia o czworokącie wpisanym w okrąg (P) | *•* ustalić położenie środka okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym, prostokątnym, rozwartokątnym (P)*•* obliczyć promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym o danych przyprostokątnych (P)*•* obliczyć pole trójkąta równoramiennego wpisanego w okrąg (P)*•* obliczyć promień okręgu opisanego na prostokącie (K)• sprawdzić, czy czworokąt można wpisać w okrąg (K-P)*•* obliczyć miary kątów czworokątów wpisanych w okrąg (P)• rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku opisania okręgu na czworokącie (P-R) | *•* rozwiązywać zadania związane z okręgami opisanymi na trójkątach (R-D)*•* rozwiązywać zadania związane z okręgami opisanymi na wielokątach (R-D) |
| Okrąg wpisany w wielokąt | 2-3 | *•* pojęcia: dwusieczna kąta, wielokąt opisany na okręgu (K)*•* twierdzenie o okręgu wpisanym w trójkąt (K)*•* warunek wpisania okręgu w wielokąt (K)*•* twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu (P)*•* twierdzenie o polu wielokąta opisanego na okręgu (P) | *•* dowódtwierdzenia o czworokącie opisanym na okręgu (P) | *•* obliczać miary kątów w trójkątach opisanych na okręgu (K-R)• sprawdzić, czy dany czworokąt można opisać na okręgu (P)*•* obliczać długości boków czworokątów opisanych na okręgu (P)*•* obliczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny lub czworokąt(P-R) *•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku wpisania okręgu w czworokąt (P-R)*•* rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia o polu wielokąta opisanego na okręgu (P-R) | *•* rozwiązywać nieszablonowe zadania związane z okręgami wpisanymi w wielokąty oraz opisanymi na wielokątach (R-D)*•* uzasadnić wskazane tezy (R-D) |
| Własności wielokątów. Wielokąty foremne | 2-3 | *•* pojęcia: wielokąt wypukły i wielokąt niewypukły (P)*•* twierdzenie o sumie miar kątów $n$*-*kąta (P)*•* twierdzenie o liczbie przekątnych w $n$*-*kącie*•* pojęcie: wielokąt foremny (K)*•* twierdzenie o mierze kąta$n$*-*kąta foremnego (P) |  | *•* obliczyć sumę miar kątów wielokąta (K)*•* obliczyć liczbę przekątnych wielokąta (P)*•* obliczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny o danym boku lub opisanego na takim trójkącie (P)*•* obliczyć długość boku trójkąta równobocznego, znając promień okręgu wpisanego (opisanego) w ten trójkąt (na tym trójkącie) (P-R)*•* obliczyć miarę kąta wielokąta foremnego (K)*•* obliczyć pole i obwód wielokąta foremnego (P-R)*•* obliczyć długości przekątnych wielokąta foremnego (P-R)*•* konstruować wielokąty foremne (P-R) | *•* rozwiązywać zadania związane z okręgami opisanymi na wielokątach foremnych (R-D)*•* rozwiązywać zadanie związane z okręgami wpisanymi w wielokąty foremne (R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Figury na płaszczyźnie. Część 2* |
| **TRYGONOMETRIA: 24 h-30 h** |
| Tangens kąta ostrego | 2-3 | *•* pojęcie tangensa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K)*•* związek między procentowym nachyleniem drogi a wartością tangensa kąta nachylenia drogi do poziomu (P-R) |  | *•* obliczyć tangens kąta ostrego (K)*•* obliczyć długości boków trójkąta prostokątnego, mając wśród danych tangens jednego z kątów ostrych (K-P)• konstruować kąt ostry, znając jego tangens (P)*•* porządkować wartości tangensów kątów ostrych (P) | *•* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wiadomości o tangensie (R) |
| Sinus i cosinus kąta ostrego | 2-3 | *•* pojęcia: sinus kąta ostrego i cosinus kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) |  | *•* obliczyć tangens, sinus, cosinus kąta ostrego (K) *•* konstruować kąt, znając jego sinus (cosinus lub tangens) (P-R)*•* skonstruować trójkąt prostokątny, znając sinus (cosinus lub tangens) jednego kąta oraz bok (P-R)*•* rozwiązać trójkąty (P-R) | *•* porządkować wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych (R-D) |
| Obliczenia trygonometryczne | 3 |  |  | *•* odczytywać z tablic lub obliczać za pomocą kalkulatora przybliżoną wartość tangensa (sinusa lub cosinusa) danego kąta lub miarę kąta, mając daną wartość funkcji trygonometrycznej (K)*•* obliczać miary kątów (długości boków) trójkąta, znając długości jego boków (miary kątów) (P-R) | *•* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wiadomości o poznanych funkcjach trygonometrycznych (R) |
| Zastosowania trygonometrii | 3 |  |  | *•* rozwiązać zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, wykorzystując wiadomości o sinusie, cosinusie oraz tangensie (P) | *•* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym, wykorzystując wiadomości o sinusie, cosinusie i tangensie (R-D) |
| Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30⁰$, $45⁰$ i $60⁰$ | 3 | *•* wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30°$, $45°$ i $60°$ (K) | *•* sposób wyznaczania wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30°$, $45°$ i $60°$ (P) | *•* rozwiązać trójkąty prostokątne (P) | *•* rozwiązać zadania tekstowe, wykorzystując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kątów $30°$, $45°$ i $60°$ (R) |
| Związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 | *•* podstawowe tożsamości trygonometryczne (K)*•* związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta $α$ i kąta $\left(90°–α\right)$ (K) |  | *•* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych, mając daną wartość jednej z nich (P)*•* przekształcać wyrażenia, stosując tożsamości trygonometryczne (P-R)*•* sprawdzać tożsamość trygonometryczną (P-R) | *•* przekształcać wyrażenia, stosując podstawowe tożsamości trygonometryczne (D)*•* sprawdzać tożsamości trygonometryczne (D) |
| Funkcje trygonometryczne kątów od $0⁰$ do $180⁰$ | 3 | *•* pojęcie funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego (K)*•* wzory redukcyjne (P)*•* związek między tangensem kąta nachylenia prostej$y=ax+b $do osi $x$ a jej współczynnikiem kierunkowym (K)• wzór na pole trójkąta $P=\frac{1}{2}ab\sin(α)$ (K)*•* sposób zaznaczania kątów w układzie współrzędnych (P) | *•* pojęcie funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego (P)*•* dowód wzoru na pole trójkąta$P=\frac{1}{2}ab\sin(α)$ (P) | *•* obliczać sinusy, cosinusy i tangensy kątów rozwartych (P)*•* odczytywać z tablic lub obliczać za pomocą kalkulatora wartość sinusa, cosinusa i tangensa danego kąta lub miarę kąta, mając dany jego sinus, cosinus lub tangens (P)*•* skonstruować kąt, znając jego sinus (cosinus lub tangens)(P-R)*•* obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne wskazanych kątów (P-R)*•* obliczać pole trójkąta, znając długości dwóch boków oraz kąt pomiędzy nimi (P-R)*•* wyznaczyć miarę kąta, pod jakim jest nachylona prosta$y=ax+b$ do osi $x$ oraz zapisywać wzór funkcji liniowej, znając jej wykres i kąt nachylenia do osi $x$(P-R) | *•* rozwiązywać zadania, wykorzystując własności funkcji sinus, cosinus i tangens (R-D) |
| Twierdzenie sinusów | 2-3 | *•* twierdzenie sinusów (K)*•* twierdzenie sinusów dla trójkątów wpisanych w okrąg (R) | *•* dowód twierdzenia sinusów (P) | *•* rozwiązywać trójkąty, stosując twierdzenie sinusów (P)*•* znaleźć związki miarowe w wielokątach, stosując twierdzenie sinusów (P-R)*•* sprawdzać, czy istnieje trójkąt o danych bokach i kątach o danych miarach (P)*•* sprawdzać tożsamości, wykorzystująctwierdzenie sinusów (P-R) | *•* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując twierdzenie sinusów (D) |
| Twierdzenie cosinusów | 2-3 | *•* twierdzenie cosinusów (K)• uogólnionetwierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa (R) | *•* dowód twierdzenia cosinusów (P) | *•* rozwiązywać trójkąty, stosując twierdzenie cosinusów (P)*•* znaleźć związki miarowe w figurach płaskich, stosując twierdzenie cosinusów (P)*•* obliczyć pole trójkąta i czworokąta, stosując twierdzenia sinusów i cosinusów (P-R)*•* klasyfikować trójkąty wg kątów, wykorzystując uogólnionetwierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa (R) | *•* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów (D-W) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Trygonometria* |
| **FIGURY W PRZESTRZENI: 13 h-18 h** |
| Graniastosłupy | 2-3 | *•* pojęcia: graniastosłup prosty, pochyły, prawidłowy (K)*•* sposób obliczania pola powierzchni graniastosłupa (K)*•* wzór na objętość graniastosłupa (K) | *•* sposób obliczania pola powierzchni graniastosłupa (K) | *•* określać cechy graniastosłupów (K-P)*•* obliczać długości odcinków w graniastosłupie (P-R)*•* obliczać pole powierzchni i objętość graniastosłupa (K-R) | *•* rozwiązywać zadanie dotyczące praktycznego zastosowania wiadomości o graniastosłupach(R-W) |
| Ostrosłupy | 2-3 | *•* pojęcia: wierzchołek ostrosłupa, spodek wysokości, ostrosłup prawidłowy, czworościan, czworościan foremny (K)*•* sposób obliczania pola powierzchni ostrosłupa (K)*•* wzór na obliczanie objętości ostrosłupa (K) | *•* sposób obliczania pola powierzchni ostrosłupa (K) | *•* określać cechy ostrosłupów (K-P)*•* obliczać długości odcinków w ostrosłupie (P-R)*•* obliczać pole powierzchni i objętość ostrosłupa (K-R) | *•* rozwiązywać nietypowe zadania wymagające obliczenia długości odcinków w ostrosłupie oraz miar kątów między nimi (R-D)*•* rozwiązywać nietypowe zadania wymagająceobliczenia pola powierzchni i objętości ostrosłupa (R-W) |
| Walec | 2-3 | *•* własności walca (K)*•* pojęcia: tworząca walca, podstawa walca, promień podstawy, wysokość walca, oś obrotu, przekrój osiowy walca (K)*•* wzór na pole powierzchni walca (K)*•* wzór na objętość walca (K) | *•* jak powstaje walec (P)*•* uzasadnieniewzorów na pole powierzchni i objętości walca (P) | *•* narysować rzut walca (K)*•* narysować siatkę walca (K)*•* wskazać kąty między odcinkami w walcu (K-P)*•* obliczyć pole powierzchni i objętość walca (K-R) | *•* rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym dotyczące walców (R-D) |
| Stożek | 2-3 | *•* pojęcia: podstawa, promień podstawy, wysokość i tworząca (K)*•* pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy stożka, kąt rozwarcia stożka (K)*•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka (K) | *•* jak powstaje stożek (P)*•* uzasadnieniewzorów na pole powierzchni i objętości stożka (P) | *•* narysować rzut stożka (K)*•* obliczyć pole powierzchni i objętość stożka (K-R) | *•* rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym dotyczące stożków (R-D)*•* obliczać objętości brył powstałych ze sklejenia ze sobą stożków i walców, w wyniku wycięcia stożków lub walców z innych stożków lub walców (R-D)*•* obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu trójkąta lub czworokąta(R-D) |
| Kula | 2-3 | *•* pojęcia: kula, sfera (K)*•* pojęcia: środek, promień, średnica, koło wielkie (K)*•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości kuli (K) | *•* różnice pomiędzy kulą i sferą (K)*•* uzasadnieniewzorów na pole powierzchni i objętości kuli (P) | *•* narysować rzut kuli (K)*•* obliczyć pole powierzchni i objętość kuli (K-R)*•* obliczyć pole przekroju kuli (P-R) | *•* obliczyć pole powierzchni i objętość kuli (R-D)*•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli (R-W)*•* obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia brył obrotowych (R-D)*•* obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu figury geometrycznej(R-D) |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Figury w przestrzeni* |
| **STATYSTYKA: 9 h-10 h** |
| Przybliżenia  | 1-2 | *•* sposoby zaokrąglania liczb (K)*•* pojęcia: błędu bezwzględnego oraz błędu względnego, przybliżenia z nadmiarem i przybliżenia z niedomiarem (K) | *•* potrzebę zaokrąglania liczb (K)*•* różnicę między błędem bezwzględnym a błędem względnym (P) | *•* wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych oraz szacować różne wielkości i wyniki działań (P-R)*•* obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia (P)*•* obliczyć dokładną wartość, znając przybliżenie i jego rodzaj oraz:- błąd bezwzględny (K)- błąd względny (P-R) |  |
| Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta | 3 | *•* pojęcia: średnia arytmetyczna, mediana, dominanta (K)  | *•* różnice miedzy średnią arytmetyczna a medianą (P) | *•* obliczyć średnią arytmetyczną, medianę i dominantę (K-R) *•* uzupełnić brakujące dane zestawu, znając ich średnią arytmetyczną (medianę lub dominantę) (P-R)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem średniej arytmetycznej, mediany i dominanty (R-D) |
| Średnia ważona | 2 | *•* pojęcie średniej ważonej (K) |  | *•* obliczyć średnią ważoną zestawu danych (K-P)*•* uzupełnić brakujące dane zestawu, znając ich średnią ważoną (P-R)  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem średniej ważonej (D)  |
| Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie | 3 | Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu *Statystyka* |