

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

## PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE I WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM ZAKRES ROZSZERZONY

Program nauczania: *Matematyka z plusem*

Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 150

*Kursywą zaznaczone zostały treści, które, mimo, że nie są objęte podstawą programową, to warto je omówić z uczniami.*

### Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:

*Matematyka z plusem 1. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy*, M. Karpiński, M. Dobrowolska, J. Lech

*Matematyka z plusem 1. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony*, M. Karpiński, M. Dobrowolska, J. Lech

*Matematyka z plusem 1. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy. Wersja dla nauczyciela*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 1. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony. Wersja dla nauczyciela*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 1. Zbiór zadań*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, A. Wojacek

*Matematyka z plusem 1. Ćwiczenia podstawowe*, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

### ROZKŁAD MATERIAŁU DLA KLASY I

TEMAT	Liczba godzin
<b>ZBIORY</b>	<b>7</b>
Zbiory i działania na zbiorach	2
Przedziały liczbowe	2
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE</b>	<b>14-18</b>
Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych	2
Wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias	2-3
Wzory skróconego mnożenia	2-3
Przekształcanie wzorów	2
Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń	3-5
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

<b>POTĘGI I PIERWIASTKI</b>	<b>11</b>
Potęgi o wykładnikach całkowitych	2
Pierwiastki	2
Potęgi o wykładnikach wymiernych	2
Potęgi o wykładnikach rzeczywistych	2
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>LOGARYTMY</b>	<b>7-8</b>
Pojęcie logarytmu	2
Własności logarytmów	2-3
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ</b>	<b>21-25</b>
Rozwiązywanie równań	2-3
Wielkości proporcjonalne. Zadania tekstowe	2
Rozwiązywanie nierówności	2-3
Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach	4
Układy równań	3
Układy oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne	2-3
Zadania tekstowe	3-4
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>FUNKCJE</b>	<b>21-25</b>
Pojęcie funkcji	2-3
Czytanie wykresów	2-3
Wzory i wykresy funkcji	3
Monotoniczność funkcji	2-3
Wzór i wykres funkcji liniowej	3-4
Własności funkcji liniowej	4

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

Proporcjonalność prosta i odwrotna	2
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>RÓWNANIA KWADRATOWE</b>	<b>10-11</b>
Równania kwadratowe w najprostszej postaci	2
Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań	3
Wzory Viète'a	2-3
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>WEKTORY. PRZEKSZTAŁCENIE WYKRESÓW FUNKCJI</b>	<b>13-17</b>
Wektory. Działania na wektorach	2
Wektory w układzie współrzędnych	2-3
Działania na wektorach w układzie współrzędnych	2-3
Przekształcanie wykresów funkcji	2-3
Przekształcanie wykresów funkcji (cd.)	2-3
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>FUNKCJA KWADRATOWA</b>	<b>22-25</b>
Parabola	2
Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej	2-3
Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej	2-3
Funkcja kwadratowa - podsumowanie	2-3
Nierówności kwadratowe	3
Zastosowanie funkcji kwadratowej	3
Równania i nierówności z parametrem	5
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3
<b>RAZEM</b>	<b>130-147</b>

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE I ORAZ PLAN WYNIKOWY  
(ZAKRES ROZSZERZONY)**

**Kategorie celów nauczania:**

- A – zapamiętanie wiadomości  
 B – rozumienie wiadomości  
 C – stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych  
 D – stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

**Poziomy wymagań edukacyjnych:**

- K – konieczny – ocena dopuszczająca (2)  
 P – podstawowy – ocena dostateczna (3)  
 R – rozszerzający – ocena dobra (4)  
 D – dopełniający – ocena bardzo dobra (5)  
 W – wykraczający – ocena celująca (6)

JEDNOSTKA TEMATYCZNA	LICZBA JEDNOSTEK	CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ			
		podstawowe			ponadpodstawowe
		KATEGORIA A Uczeń zna:	KATEGORIA B Uczeń rozumie:	KATEGORIA C Uczeń potrafi:	KATEGORIA D Uczeń potrafi:
<b>ZBIORY: 7 h</b>					
Zbiory i działania na zbiorach	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcia: liczba naturalna, całkowita, wymierna, niewymierna, rzeczywista (K)</li> <li>symboliczny zapis zbioru liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych i rzeczywistych (K)</li> <li>pojęcia: podzbiór, zbiór pusty, zbiory rozłączne, zbiory skończone i nieskończone (K)</li> <li>symboliczny zapis zdań: element <math>a</math> należy/nie należy do zbioru <math>A</math> (K)</li> <li>pojęcia: iloczyn, suma i różnica zbiorów (K)</li> <li>symboliczny zapis zawierania się zbiorów i działań na</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcia: podzbiór, zbiór pusty, zbiory rozłączne, zbiory skończone i nieskończone (K)</li> <li>pojęcia: iloczyn, suma i różnica zbiorów (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podawać elementy zbiorów skończonych (K)</li> <li>interpretować zbiory nieskończone (P)</li> <li>graficznie przedstawiać zawieranie się zbiorów oraz sumę, różnicę i iloczyn dwóch zbiorów (K)</li> <li>wyznaczać podzbiory, sumy, różnice i iloczyny dwóch zbiorów (K-P)</li> <li>określać liczebność zbioru opisanego w typowy sposób (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>graficznie przedstawiać zawieranie się zbiorów oraz sumę, różnicę i iloczyn więcej niż dwóch zbiorów (D)</li> <li>wyznaczać podzbiory, sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów (D)</li> <li>określać liczebność zbioru opisanego w nietypowy sposób i spełniającego kilka warunków (R-D)</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

		zbiorach (K) • różne sposoby opisu zbioru liczbowego (K)			
Przedziały liczbowe	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie przedziału otwartego i domkniętego (K)</li> <li>• pojęcie przedziału nieograniczonego (K)</li> <li>• różne sposoby opisu przedziału liczbowego (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie przedziału otwartego i domkniętego (K)</li> <li>• pojęcie przedziału nieograniczonego (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać przedziały liczbowe opisane symbolicznie lub graficznie za pomocą jednego warunków: <math>a &lt; x &lt; b</math>, <math>a \leq x \leq b</math>, <math>a &lt; x \leq b</math>, <math>a \leq x &lt; b</math>, <math>x &gt; a</math>, <math>x \geq a</math>, <math>x &lt; a</math>, <math>x \leq a</math> (K)</li> <li>• zaznaczać przedziały opisane symbolicznie lub za pomocą warunków na osi (K)</li> <li>• wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę dwóch przedziałów liczbowych (P)</li> <li>• sprawdzać, czy podana liczba należy do przedziału (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonywać złożone działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych (R-D)</li> <li>• wykonywać złożone działania jednocześnie na przedziałach liczbowych i zbiorach, które nie są przedziałami liczbowymi (R-D)</li> </ul>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Zbiory</i>			
<b>WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE: 14 h – 18 h</b>					
Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie wyrażenia algebraicznego (K)</li> <li>• pojęcie jednomianu i pojęcie jednomianu uporządkowanego (K)</li> <li>• pojęcie jednomianów podobnych (K)</li> <li>• pojęcie sumy algebraicznej (K)</li> <li>• sposób zapisu wszystkich liczb parzystych i nieparzystych za pomocą wyrażenia algebraicznego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę redukowania wyrazów podobnych (K)</li> <li>• zasady zapisywania i nazywania wyrażeń algebraicznych (K-P)</li> <li>• zasady dodawania i odejmowania sum algebraicznych (K)</li> <li>• zasadę mnożenia sumy algebraicznej przez jednomian (K)</li> <li>• zasadę mnożenia sumy algebraicznej przez sumę algebraiczną (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać proste wyrażenia algebraiczne (K)</li> <li>• odczytywać wyrażenia algebraiczne (K-P)</li> <li>• redukować wyrazy podobne (K-P)</li> <li>• obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych (K-R)</li> <li>• dodawać i odejmować sumy algebraiczne (K-P)</li> <li>• mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany (K-P)</li> <li>• mnożyć sumy algebraiczne (K-R)</li> <li>• doprowadzać wyrażenia algebraiczne do prostszej postaci (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji (D)</li> <li>• wykorzystywać wyrażenia do rozwiązywania zadań związanych z podzielnością i dzieleniem z resztą (D)</li> </ul>
Wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę wyłączania jednomianu przed nawias (K)</li> <li>• metodę grupowania wyrazów (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę wyłączania jednomianu przed nawias (K)</li> <li>• metodę grupowania wyrazów (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłączyć jednomian przed nawias (K)</li> <li>• przedstawić wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu czynników,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

				<ul style="list-style-type: none"> <li>z których jeden jest podany (K)</li> <li>• zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych (P)</li> </ul>	pogrupowania wyrazów (R-W)
Wzory skróconego mnożenia	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wzory skróconego mnożenia (kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów, sześcián sumy, sześcián różnicy, różnica sześciánów, suma sześciánów oraz różnica <math>n</math>-tych potęg (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• potrzebę stosowania wzorów skróconego mnożenia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować wzory skróconego mnożenia (K-R)</li> <li>• przekształcać wyrażenia algebraiczne do prostszej postaci, stosując wzory skróconego mnożenia (P-R)</li> <li>• przedstawiać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu, stosując wzory skróconego mnożenia (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształcać złożone wyrażenia algebraiczne do prostszej postaci, stosując wzory skróconego mnożenia (D)</li> <li>• przedstawiać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu, stosując wzory skróconego mnożenia w nietypowych sytuacjach (D)</li> </ul>
Przekształcanie wzorów	2		<ul style="list-style-type: none"> <li>• konieczność zapisywania założeń dla wielkości występujących we wzorach (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać wskazaną wielkość z danego wzoru (K-P)</li> <li>• zapisywać odpowiednie założenia dla wielkości występujących we wzorach (K-P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji (D)</li> </ul>
Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń	3-5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję twierdzenia podanego w formie implikacji (K)</li> <li>• definicję twierdzenia podanego w formie równoważności (K)</li> <li>• elementy składowe twierdzenia: założenie i tezę (K)</li> <li>• zasadę dowodzenia metodą wprost (K)</li> <li>• zasadę dowodzenia metodą nie wprost (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę dowodzenia wprost (K)</li> <li>• zasadę dowodzenia nie wprost (K-R)</li> <li>• różnicę pomiędzy twierdzeniem a hipotezą (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisać twierdzenie w postaci implikacji (K)</li> <li>• wskazać w twierdzeniu zapisanemu w formie implikacji założenie i tezę (K)</li> <li>• przeprowadzić dowód twierdzenia, że liczb pierwszych jest nieskończenie wiele (P-R)</li> <li>• przeprowadzać dowody prostych twierdzeń dotyczących podzielności liczb (P-R)</li> <li>• przeprowadzać dowody prostych twierdzeń dotyczących wyrażeń algebraicznych (P-R)</li> <li>• przeprowadzić dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności (R)</li> <li>• znaleźć kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe (R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści (D)</li> </ul>

Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Wyrażenia algebraiczne</i>			
<b>POTĘGI I PIERWIASKI: 11 h</b>					
Potęgi o wykładnikach całkowitych	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym (K)</li> <li>pojęcie notacji wykładniczej (P)</li> <li>prawa działań na potęgach (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym (K)</li> <li>pojęcie notacji wykładniczej (K)</li> <li>prawa działań na potęgach (K)</li> <li>potrzebę stosowania praw działań na potęgach (P)</li> <li>potrzebę stosowania notacji wykładniczej w praktyce (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>obliczać potęgi o wykładnikach całkowitych (K-P)</li> <li>zapisywać liczby w postaci potęg o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>zapisywać liczby w postaci iloczynu potęg o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>zapisywać liczby w notacji wykładniczej (P)</li> <li>mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych podstawach i całkowitych wykładnikach (K)</li> <li>mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych wykładnikach będących liczbami całkowitymi (K)</li> <li>przedstawiać potęgi w postaci iloczynu i ilorazu potęg o jednakowych podstawach i całkowitych wykładnikach (P)</li> <li>przedstawiać potęgi w postaci iloczynu i ilorazu potęg o jednakowych wykładnikach będących liczbami całkowitymi (P)</li> <li>potęgować potęgi o wykładnikach całkowitych (K)</li> <li>przedstawiać potęgi jako potęgi potęg, w których wykładniki są liczbami całkowitymi (P)</li> <li>porównywać potęgi o całkowitych wykładnikach (P-R)</li> <li>obliczać potęgi o wykładnikach całkowitych z iloczynu i ilorazu (K)</li> <li>doprowadzać wyrażenia do najprostszyc postaci, stosując działania na potęgach (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem działań na potęgach (D-W)</li> <li>obliczać wartości złożonych wyrażeń arytmetycznych, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>przekształcać złożone wyrażenia algebraiczne, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych (R-W)</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

				<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>• przekształcać proste wyrażenia algebraiczne, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>• rozwiązywać standardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych (P)</li> <li>• zamieniać jednostkę liczby zapisanej w notacji wykładniczej (R)</li> <li>• wykonywać działania na liczbach zapisanych w postaci notacji wykładniczej (P)</li> <li>• porównywać ilorazowo i różnicowo liczby podane w notacji wykładniczej (R)</li> </ul>	
Pierwiastki	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję pierwiastka arytmetycznego <math>n</math>-tego stopnia (<math>n \in N</math> i <math>n &gt; 1</math>) (K)</li> <li>• prawa działań na pierwiastkach: <ul style="list-style-type: none"> <li>- pierwiastek iloczynu (K)</li> <li>- pierwiastek ilorazu (K)</li> </ul> </li> <li>• wzór na obliczanie pierwiastka <math>n</math>-tego stopnia z <math>n</math>-tej potęgi (K)</li> <li>• wzór na obliczanie <math>n</math>-tej potęgi pierwiastka <math>n</math>-tego stopnia (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję pierwiastka arytmetycznego <math>n</math>-tego stopnia (<math>n \in N</math> i <math>n &gt; 1</math>) (K)</li> <li>• prawa działań na pierwiastkach: <ul style="list-style-type: none"> <li>- pierwiastek iloczynu (K)</li> <li>- pierwiastek ilorazu (K)</li> </ul> </li> <li>• sposób obliczania pierwiastka <math>n</math>-tego stopnia z <math>n</math>-tej potęgi (K)</li> <li>• sposób obliczania <math>n</math>-tej potęgi pierwiastka <math>n</math>-tego stopnia (K)</li> <li>• potrzebę stosowania praw działań na pierwiastkach (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać pierwiastki <math>n</math>-tego stopnia (<math>n \in N</math> i <math>n &gt; 1</math>) (K)</li> <li>• obliczać wartości prostych wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki (P)</li> <li>• obliczać pierwiastki iloczynu i ilorazu (P)</li> <li>• obliczać iloczyny i ilorazy pierwiastków (P)</li> <li>• wyciągać czynnik przed znak pierwiastka (P)</li> <li>• włączać czynnik pod pierwiastek (P)</li> <li>• oszacować wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastek (P-R)</li> <li>• usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać wartości złożonych wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki (R-D)</li> <li>• przekształcać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki, również z zastosowaniem wzoru <math>\sqrt{a^2} =  a </math> (R-D)</li> <li>• porównać wyrażenia zawierające pierwiastki (D)</li> </ul>



*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

				<ul style="list-style-type: none"> <li>• usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą albo różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy (P)</li> <li>• usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem stopnia trzeciego (P)</li> <li>• przeprowadzić dowód twierdzenia, że <math>\sqrt{2}</math> jest liczbą niewymierną (P)</li> <li>• przeprowadzić dowód twierdzenia o niewymierności różnych pierwiastków np. <math>\sqrt{3}, \sqrt{5}</math> (R)</li> </ul>	
Potęgi o wykładnikach wymiernych	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję potęgi o wykładniku wymiernym (K)</li> <li>• prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję potęgi o wykładniku wymiernym (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych (P)</li> <li>• zapisywać potęgi o wykładnikach wymiernych w postaci pierwiastków (K-P)</li> <li>• porównywać potęgi o wykładnikach wymiernych (P-R)</li> <li>• wykonywać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych (P-R)</li> <li>• przekształcać proste wyrażenia arytmetyczne z zastosowaniem praw działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształcać złożone wyrażenia arytmetyczne z zastosowaniem praw działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (D)</li> </ul>
Potęgi o wykładnikach rzeczywistych	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia potęg o wykładnikach: <ul style="list-style-type: none"> <li>- całkowitym (K)</li> <li>- wymiernym (K)</li> <li>- rzeczywistym (P)</li> </ul> </li> <li>• prawa działań na potęgach (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia potęg o wykładnikach: <ul style="list-style-type: none"> <li>- całkowitym (K)</li> <li>- wymiernym (K)</li> <li>- rzeczywistym (P)</li> </ul> </li> <li>• prawa działań na potęgach (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych (K-R)</li> <li>• zapisywać liczby w postaci potęgi o wykładniku rzeczywistym (K)</li> <li>• wykonywać działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych (K-R)</li> <li>• porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych (R-D)</li> </ul>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Potęgi i pierwiastki</i>			
<b>LOGARYTMY: 7 h – 8 h</b>					

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

Pojęcie logarytmu	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie logarytmu (K)</li> <li>• pojęcie logarytmu dziesiętnego (P)</li> <li>• pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie logarytmu (P)</li> <li>• pojęcie logarytmu dziesiętnego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać wartości logarytmów (K-R)</li> <li>• wykorzystywać kalkulator do obliczania logarytmów dziesiętnych (K-P)</li> <li>• stosować definicje logarytmu do obliczania podstawy logarytmu, gdy dana jest liczba logarytmowana i wynik logarytmowania oraz do obliczania liczby logarytmowanej, gdy dana jest podstawa logarytmu i wynik logarytmowania (K)</li> <li>• porównywać liczby zapisane w postaci logarytmów (P-R)</li> <li>• zapisywać liczby w postaci logarytmu o podanej podstawie (P)</li> <li>• przeprowadzać dowody twierdzeń o niewymierności liczby zapisanej w postaci logarytmu np. <math>\log_2 5</math> (P)</li> <li>• wyznaczać zmienne ze wzorów zawierających w zapisie potęgi i logarytmy (R)</li> <li>• obliczać wartości potęg, w których wykładnik zapisany jest w postaci logarytmu (R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu (R-D)</li> </ul>
Własności logarytmów	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> <li>- logarytmie iloczynu (K)</li> <li>- logarytmie ilorazu (K)</li> <li>- logarytmie potęgi (K)</li> <li>- zamianie podstawy logarytmu (P)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> <li>- logarytmie iloczynu (P)</li> <li>- logarytmie ilorazu (P)</li> <li>- logarytmie potęgi (P)</li> <li>- zamianie podstawy logarytmu oraz potrzebę ich stosowania (R)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonywać proste działania na logarytmach z wykorzystaniem twierdzeń: o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi (K)</li> <li>• zamieniać podstawę logarytmu (P)</li> <li>• przekształcać wyrażenia z logarytmami (P-R)</li> <li>• wykorzystać przybliżone wartości logarytmów oraz twierdzenia: o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczenia przybliżonych wartości logarytmów (P-R)</li> <li>• zapisywać wyrażenie z logarytmami w postaci jednego logarytmu (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń (R-D)</li> <li>• rozwiązywać zadania kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmowania (D-W)</li> </ul>

Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Logarytmy</i>			
<b>RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ: 21 h – 25 h</b>					
Rozwiązywanie równań	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie równania (K)</li> <li>pojęcie rozwiązania równania (K)</li> <li>pojęcia: równania równoważne, równania tożsamościowe, równania sprzeczne (P)</li> <li>pojęcie równania mającego postać proporcji (K-P)</li> <li>sposoby przekształcania równań (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie rozwiązania równania (K)</li> <li>sposoby przekształcania równań (K)</li> <li>sposoby przekształcania równań (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształcać równania (K)</li> <li>rozwiązywać równania (K-P)</li> <li>sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (K-P)</li> <li>zapisywać odpowiednie założenia dla równań mających postać proporcji (P)</li> <li>opisywać treści zadań za pomocą równań (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>opisywać treści zadań problemowych i niestandardowych za pomocą równań oraz podawać rozwiązania tych zadań (D)</li> </ul>
Wielkości proporcjonalne. Zadania tekstowe	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie wielkości wprost proporcjonalnych (K)</li> <li>pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>różnice między wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne i wielkości odwrotnie proporcjonalne (K)</li> <li>rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych (P)</li> <li>rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności wielkości odwrotnie proporcjonalnych (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać niestandardowe zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych (R-D)</li> <li>rozwiązywać niestandardowe zadania z kontekstem praktycznym (R-D)</li> </ul>
Rozwiązywanie nierówności	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie nierówności (K)</li> <li>pojęcie zbioru rozwiązań nierówności (K)</li> <li>pojęcie nierówności równoważnej (K)</li> <li>zasadę postępowania przy mnożeniu obu stron nierówności przez liczbę dodatnią albo ujemną (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>interpretację geometryczną zbioru rozwiązań nierówności (P)</li> <li>zasadę postępowania przy mnożeniu obu stron nierówności przez liczbę dodatnią albo ujemną (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształcać nierówności (K)</li> <li>rozwiązywać nierówności (K-P)</li> <li>podawać interpretację geometryczną zbioru rozwiązań nierówności (P-R)</li> <li>opisywać treści zadań za pomocą nierówności (P)</li> <li>sprawdzać, czy dana liczba należy do zbioru rozwiązań nierówności (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>opisywać treści zadań problemowych i niestandardowych za pomocą nierówności oraz podawać rozwiązania tych zadań (D)</li> </ul>
Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie wartości bezwzględnej liczby (K)</li> <li>interpretację geometryczną wartości bezwzględnej (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie wartości bezwzględnej liczby (K)</li> <li>interpretację geometryczną wartości bezwzględnej (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać równania, w których występuje wartość bezwzględna (K-P)</li> <li>rozwiązywać nierówności,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać równania, w których występuje dwukrotnie wartość bezwzględna (D-W)</li> <li>rozwiązywać nierówności, w których</li> </ul>

**Matematyka z plusem** dla szkoły ponadpodstawowej

			<ul style="list-style-type: none"> <li>• sposób pozbywania się znaku wartości bezwzględnej (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• w których występuje wartość bezwzględna (K-P)</li> <li>• zapisywać nierówność, mając podany jej zbiór rozwiązań. (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• występuje dwukrotnie wartość bezwzględna (D-W)</li> </ul>
Układy równań	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi (K)</li> <li>• pojęcie rozwiązania układu równań liniowych</li> <li>• metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie rozwiązania układu równań liniowych (K)</li> <li>• sposoby rozwiązywania układów równań liniowych przy użyciu metody podstawiania i metody przeciwnych współczynników (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać układy równań liniowych metodą podstawiania (K-P)</li> <li>• rozwiązywać układy równań liniowych metodą przeciwnych współczynników (P-R)</li> <li>• sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych (K-P)</li> <li>• zapisywać treści zadań w postaci układów równań (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisywać treści zadań problemowych i niestandardowych za pomocą równań oraz przedstawiać ich rozwiązania (D-W)</li> <li>• rozwiązywać układy trzech (czterech) równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi (D-W)</li> </ul>
Układy oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sposób rozpoznawania układów równań oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznawać układy równań oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych (K)</li> <li>• opisywać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać wartość parametru, dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny (D-W)</li> </ul>
Zadania tekstowe	3-4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sposób przeprowadzania analizy zadania tekstowego (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisywać treści zadań za pomocą równań (K)</li> <li>• opisywać treści zadań za pomocą nierówności (P)</li> <li>• zapisywać treści zadań w postaci układów równań (P)</li> <li>• rozwiązywać standardowe zadania tekstowe z zastosowaniem równań, nierówności i układów równań (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z zastosowaniem równań, nierówności i układów równań (R-D)</li> </ul>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Równania, nierówności, układy równań</i>			
<b>FUNKCJE: 21 h – 25 h</b>					
Pojęcie funkcji	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie funkcji (K)</li> <li>• pojęcia: dziedzina funkcji, argument, wartość funkcji, zbiór wartości funkcji (K)</li> <li>• pojęcie miejsca zerowego (K)</li> <li>• różne sposoby opisywania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzyści płynące ze stosowania różnych sposobów opisywania funkcji (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznawać przyporządkowania, które są funkcjami (P)</li> <li>• określać dziedzinę funkcji, zbiór jej wartości (K-P) oraz liczebność tych zbiorów (P-R)</li> <li>• odczytywać wartości funkcji dla</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki (R)</li> <li>• szkicować przykładowe wykresy funkcji spełniających określone własności (R-D)</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

		funkcji (K)		<p>danego argumentu lub argument dla danej wartości z: tabelki, grafu, wykresu, opisu słownego funkcji (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazywać miejsca zerowe funkcji (K)</li> <li>• podawać argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne (P)</li> <li>• wskazywać wartość najmniejszą i największą funkcji (K)</li> </ul>	
Czytanie wykresów	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sposób opisu funkcji za pomocą wykresu (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytywać z wykresów funkcji ciągłych: <ul style="list-style-type: none"> <li>- dziedzinę i zbiór wartości funkcji (K)</li> <li>- miejsca zerowe funkcji (K)</li> <li>- zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (K)</li> <li>- zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są mniejsze lub większe od podanej liczby (K)</li> <li>- wartość największą i najmniejszą funkcji (K)</li> </ul> </li> <li>• odczytywać z wykresów funkcji nieciągłych: <ul style="list-style-type: none"> <li>- dziedzinę i zbiór wartości funkcji (P)</li> <li>- miejsca zerowe funkcji (P)</li> <li>- zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (P)</li> <li>- zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są mniejsze lub większe od podanej liczby (P)</li> <li>- wartość największą i najmniejszą funkcji (P)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicować przykładowe wykresy funkcji spełniających określone własności (R-D)</li> </ul>
Wzory i wykresy funkcji	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• różne sposoby zapisu wzoru funkcji (K)</li> <li>• sposób opisu funkcji za wykresu (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• ustalać dziedzinę funkcji określonej wzorem, której wyznaczenie wymaga rozpatrzenia jednego warunku (K)</li> <li>• ustalać dziedzinę funkcji określonej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawiać funkcje za pomocą wzoru (R)</li> <li>• dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego (R)</li> </ul>

				<p>wzorem, której wyznaczenie wymaga rozpatrzenia więcej niż jednego warunku (P-R)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdzać, czy dany punkt należy do wykresu funkcji o podanym wzorze (K-P)</li> <li>• obliczać wartości funkcji opisanej jednym wzorem (K-P)</li> <li>• obliczać wartości funkcji opisanej różnymi wzorami w określonych przedziałach (P)</li> <li>• sprawdzać, czy podana liczba jest miejscem zerowym funkcji (K-P)</li> <li>• na podstawie wzoru znajdować punkty należące do wykresu funkcji (P-R)</li> <li>• dopasowywać wykres funkcji do jej wzoru (P-R)</li> <li>• analizować zależności między dwiema wielkościami opisane za pomocą wzoru lub wykresu funkcji (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać wartość funkcji za pomocą wyrażenia algebraicznego np. <math>f(a - 1)</math>, <math>f(3k + 1)</math> (R)</li> </ul>
Monotoniczność funkcji	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: funkcja rosnąca, malejąca, stała (K)</li> <li>• pojęcie monotoniczności funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: funkcja rosnąca, malejąca, stała (K)</li> <li>• pojęcie monotoniczności funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu (K)</li> <li>• przeprowadzać dowody monotoniczności funkcji w przedziale (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać przykładowe wykresy funkcji spełniających określone własności (R-D)</li> <li>• rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem monotoniczności funkcji (R-D)</li> </ul>
Wzór i wykres funkcji liniowej	3-4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie i wzór funkcji liniowej (K)</li> <li>• pojęcie współczynnika kierunkowego</li> <li>• położenie wykresu w ćwiartkach układu współrzędnych wykresu funkcji liniowej w zależności od współczynnika kierunkowego oraz współczynnika <math>b</math> (K)</li> <li>• zależność monotoniczności funkcji liniowej od</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykres funkcji liniowej (K)</li> <li>• określać monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru (K-P)</li> <li>• wyznaczać współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią <math>y</math> na podstawie wzoru (K)</li> <li>• ustalać na podstawie współczynników <math>a</math> i <math>b</math>, przez które ćwiartki układu współrzędnych przechodzi wykres funkcji liniowej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykresy funkcji <math>y =  ax + b  +  cx + d </math>, (<math>a \neq 0</math> i <math>c \neq 0</math>) (R-D)</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

		<p>współczynnika kierunkowego (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią <math>y</math> od współczynnika <math>b</math> (K)</li> <li>• warunek równoległości wykresów funkcji liniowej (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykres funkcji „kawałkami liniowej” (P-R)</li> <li>• sporządzać wykresy funkcji <math>y =  ax + b </math>, (<math>a \neq 0</math>) (P-R)</li> </ul>	
Własności funkcji liniowej	4			<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać i odczytywać z wykresu miejsce zerowe funkcji liniowej (K)</li> <li>• obliczać argument, dla którego funkcja liniowa osiąga podaną wartość (P)</li> <li>• obliczać i odczytywać z wykresu argumenty, dla których wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (P)</li> <li>• znając wzór funkcji liniowej, określać jej monotoniczność i znajdować współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami (K)</li> <li>• wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu (P-R)</li> <li>• podawać wzór funkcji liniowej, której wykres: <ul style="list-style-type: none"> <li>- przechodzi przez dane dwa punkty (K)</li> <li>- przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu innej funkcji o podanym wzorze (P)</li> <li>- jest narysowany (P-R)</li> </ul> </li> <li>• obliczać współrzędne punktu przecięcia wykresów funkcji liniowych (P)</li> <li>• sprawdzać, czy trzy podane punkty są współliniowe (R)</li> <li>• obliczać pole trójkąta ograniczonego osiami układu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej (D)</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

				<p>współrzędnych i wykresem funkcji liniowej (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać pole trójkąta ograniczonego dwoma przecinającymi się wykresami funkcji liniowej i jedną z osi układu współrzędnych (R)</li> <li>• rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej (P-R)</li> </ul>	
Proporcjonalność prosta i odwrotna	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wzór proporcjonalności prostej i określenie współczynnika proporcjonalności prostej (K)</li> <li>• wzór proporcjonalności odwrotnej i określenie współczynnika proporcjonalności odwrotnej (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• różnice między wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne i wielkości odwrotnie proporcjonalne (K)</li> <li>• zapisać zależność między wielkościami wprost proporcjonalnymi za pomocą wzoru (K)</li> <li>• zapisać zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi za pomocą wzoru (K)</li> <li>• opisać zależność między wielkościami wprost proporcjonalnymi za pomocą wykresu (P)</li> <li>• opisać zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi za pomocą wykresu (P)</li> <li>• obliczyć współczynnik proporcjonalności prostej i podać jej wzór na podstawie wykresu proporcjonalności (P-R)</li> <li>• obliczyć współczynnik proporcjonalności odwrotnej i podać jej wzór na podstawie wykresu proporcjonalności (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowodnić, że dane wielkości są wprost proporcjonalne albo odwrotnie proporcjonalne (R-D)</li> </ul>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Funkcje</i>			



RÓWNANIA KWADRATOWE: 10 h – 11 h					
Równania kwadratowe w najprostszej postaci	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie równania kwadratowego (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznaczać współczynniki równania kwadratowego (K)</li> <li>rozwiązywać równania kwadratowe postaci: <math>ax^2 + c = 0</math> (<math>a \neq 0</math>) (K)</li> <li>rozwiązywać równania kwadratowe postaci: <math>ax^2 + bx = 0</math> (<math>a \neq 0</math>) (K-P)</li> <li>przekształcać złożone równanie kwadratowe do postaci: <math>ax^2 + c = 0</math> lub <math>ax^2 + bx = 0</math> (<math>a \neq 0</math>) (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych postaci: <math>ax^2 + c = 0</math> lub <math>ax^2 + bx = 0</math> (<math>a \neq 0</math>) (R-D)</li> </ul>
Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzór na wyróżnik równania kwadratowego (K)</li> <li>wzory na rozwiązanie równania kwadratowego (K)</li> <li>zależność pomiędzy wartością wyróżnika równania kwadratowego a liczbą jego rozwiązań (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać równania postaci: <math>(px + q)^2 = r</math>, (<math>p \neq 0</math>) (K-P)</li> <li>przekształcać równania kwadratowe z postaci ogólnej do postaci: <math>(px + q)^2 = r</math>, (<math>p \neq 0</math>) (P-R)</li> <li>określać liczbę rozwiązań równania kwadratowego na podstawie wartości wyróżnika (K)</li> <li>rozwiązywać równania kwadratowe z zastosowaniem wzorów na rozwiązanie równania kwadratowego (K-P)</li> <li>przekształcać złożone równanie kwadratowe do postaci: <math>ax^2 + bx + c = 0</math> (<math>a \neq 0</math>) (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadzić wzory na rozwiązanie równania kwadratowego (R-D)</li> <li>rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych (R-D)</li> <li>rozwiązywać układy równań, z których jedno jest równaniem kwadratowym (R-D)</li> </ul>
Wzory Viète'a	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzory Viète'a na sumę i iloczyn rozwiązań równania kwadratowego (K)</li> <li>wzory na sumę kwadratów i sumę odwrotności rozwiązań równania kwadratowego (P)</li> <li>zasadę ustalania znaków rozwiązań równania kwadratowego na podstawie ich sumy i iloczynu (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zasadę ustalania znaków rozwiązań równania kwadratowego na podstawie ich sumy i iloczynu (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>obliczyć sumę i iloczyn rozwiązań równania na podstawie wzorów Viète'a (K)</li> <li>obliczyć sumę kwadratów i sumę odwrotności rozwiązań równania kwadratowego na podstawie odpowiednich wzorów (P)</li> <li>ustalić znaki rozwiązań równania kwadratowego na podstawie ich sumy i iloczynu (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadzać wzory na sumę kwadratów i sumę odwrotności rozwiązań równania kwadratowego (R)</li> <li>wyprowadzać inne wzory na podstawie wzorów Viète'a np. wzór na różnicę sześcianów rozwiązań równania kwadratowego, wzór na sumę odwrotności kwadratów rozwiązań równania kwadratowego (D-W)</li> </ul>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiedzy i umiejętności dotyczących działu <i>Równania kwadratowe</i>			

WEKTORY. PRZEKSZTAŁCANIE WYKRESÓW FUNKCJI: 13 h – 17 h					
Wektory. Działania na wektorach	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcia: wektor, początek i koniec wektora, wektor zerowy, kierunek, zwrot i długość wektora, wektory równe, wektory przeciwne (K)</li> <li>pojęcie przesunięcia równoległego o wektor (K)</li> <li>pojęcia: suma wektorów, różnica wektorów, iloczyn wektora przez liczbę (K-P)</li> <li>własności działań na wektorach (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcia: wektor, początek i koniec wektora, wektor zerowy, kierunek, zwrot i długość wektora, wektory równe, wektory przeciwne (K)</li> <li>pojęcie przesunięcia równoległego o wektor (K)</li> <li>pojęcia: suma wektorów, różnica wektorów, iloczyn wektora przez liczbę (K-P)</li> <li>własności działań na wektorach (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazywać wektory równe i wektory przeciwne (K)</li> <li>wskazywać obrazy punktów w przesunięciu równoległym o dany wektor (K)</li> <li>rysować obrazy figur w przesunięciu równoległym o dany wektor (K-P)</li> <li>zapisywać wektory za pomocą sumy i różnicy innych wektorów oraz iloczynu wektora przez liczbę (P-R)</li> <li>wykonywać działania na wektorach (K-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystywać własności działań na wektorach do rozwiązywania zadań z kontekstem praktycznym (D-W)</li> <li>wykorzystywać własności działań na wektorach do przeprowadzania dowodów geometrycznych (D-W)</li> </ul>
Wektory w układzie współrzędnych	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzór na współrzędne wektora (K)</li> <li>wzór na długość wektora (K)</li> <li>wzór na współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o wektor (K)</li> <li>związek współrzędnych wektora z ilustracją wektora w układzie współrzędnych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>związek współrzędnych wektora z ilustracją wektora w układzie współrzędnych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>obliczyć współrzędne wektora (K)</li> <li>odczytać współrzędne wektora z jego ilustracji graficznej (K)</li> <li>narysować w układzie współrzędnych wektor o podanych współrzędnych (K)</li> <li>obliczyć długość wektora (K)</li> <li>obliczyć współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o wektor (K)</li> <li>obliczyć współrzędne początku wektora, mając dane współrzędne wektora oraz współrzędne końca wektora (K-P)</li> <li>rozwiązywać zadania z zastosowaniem współrzędnych i długości wektora (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać niestandardowe zadania z zastosowaniem współrzędnych wektora i długości wektora (D)</li> </ul>
Działania na wektorach w układzie współrzędnych	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>sposób obliczania współrzędnych wektorów <math>\vec{u} + \vec{v}</math>, <math>\vec{u} - \vec{v}</math> oraz <math>k \cdot \vec{u}</math> (<math>k \in R</math>) na podstawie współrzędnych wektorów <math>\vec{u}</math> i <math>\vec{v}</math> (K)</li> <li>pojęcie wektorów równoległych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sposób obliczania współrzędnych wektorów <math>\vec{u} + \vec{v}</math>, <math>\vec{u} - \vec{v}</math> oraz <math>k \cdot \vec{u}</math> (<math>k \in R</math>) na podstawie współrzędnych wektorów <math>\vec{u}</math> i <math>\vec{v}</math> (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdzić, czy wektory o podanych współrzędnych są równoległe (K)</li> <li>obliczyć współrzędne wektorów <math>\vec{u} + \vec{v}</math>, <math>\vec{u} - \vec{v}</math> oraz <math>k \cdot \vec{u}</math> (<math>k \in R</math>), mając dane współrzędne wektorów <math>\vec{u}</math> i <math>\vec{v}</math> (K)</li> <li>rozwiązywać zadania z zastosowaniem równości i równoległości wektorów oraz</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystywać równość i równoległość wektorów do przeprowadzania dowodów geometrycznych (D)</li> <li>rozwiązywać niestandardowe zadania z zastosowaniem równości i równoległości wektorów oraz działań na współrzędnych wektorów (D)</li> </ul>

				działań na współrzędnych wektorów (P-R)	
Przekształcanie wykresów funkcji	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>zasady sporządzania wykresów funkcji:  <math>y = f(x) + q</math>  <math>y = f(x - p)</math>  <math>y = f(x - p) + q</math> </li> <li>na podstawie wykresu funkcji  <math>y = f(x)</math> (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zasady sporządzania wykresów funkcji:  <math>y = f(x) + q</math>  <math>y = f(x - p)</math>  <math>y = f(x - p) + q</math> </li> <li>na podstawie wykresu funkcji  <math>y = f(x)</math> (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> sporządzać wykres funkcji:  <math>y = f(x) + q</math> (K)  <math>y = f(x - p)</math> (K)  <math>y = f(x - p) + q</math> (P)</li> <li>zapisywać wzory funkcji, których wykres powstaje w wyniku przesunięcia wykresu danej funkcji (P)</li> <li>określać sposób przesunięcia wykresu jednej funkcji tak, aby otrzymać wykres drugiej funkcji (R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>dostrzec związek między własnościami funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia a własnościami funkcji, której wykres został przesunięty (R-D)</li> </ul>
Przekształcanie wykresów funkcji (c.d.)	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>zasady sporządzania wykresów funkcji:  <math>y = -f(x)</math>,  <math>y = f(-x)</math>,  <math>y = -f(-x)</math>, </li> <li>na podstawie wykresu funkcji  <math>y = f(x)</math> (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>zasady sporządzania wykresów funkcji:  <math>y = -f(x)</math>,  <math>y = f(-x)</math>,  <math>y = -f(-x)</math>, </li> <li>na podstawie wykresu funkcji  <math>y = f(x)</math> (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sporządzać wykres funkcji:  <math>y = -f(x)</math> (K),  <math>y = f(-x)</math> (K),  <math>y = -f(-x)</math> (P)</li> <li>na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li> <li>sporządzać wykresy funkcji poprzez zastosowanie złożonych przekształceń (R)</li> <li>zapisywać wzory funkcji, których wykres powstaje w wyniku symetrii wykresu danej funkcji względem osi <math>x</math> i osi <math>y</math> (P)</li> <li>zapisywać wzory funkcji, których wykres powstaje w wyniku złożonych przekształceń wykresu danej funkcji (R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>dostrzec związek między własnościami funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia a własnościami funkcji, której wykres został przekształcony (R-D)</li> </ul>
Powtórzenie, praca klasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Wektory. Przekształcanie wykresów funkcji</i>			
<b>FUNKCJA KWADRATOWA: 22 h – 25 h</b>					
Parabola	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcia: parabola, wierzchołek paraboli, ramiona paraboli (K)</li> <li>położenie wykresu funkcji <math>y = ax^2</math> w zależności od</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>sporządzać wykresy funkcji <math>y = ax^2</math> (K)</li> <li>wykorzystywać zasady przesuwania wykresów funkcji do rysowania</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podawać wzór funkcji, kwadratowej, której wykres został przesunięty o podany wektor (R)</li> </ul>

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

		<p>wartości współczynnika <math>a</math> (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• położenia parabol:  <math>y = ax^2 + q</math> (K),  <math>y = a(x - p)^2</math> (K),  <math>y = a(x - p)^2 + q</math> (P)</li> </ul>		<p>wykresów funkcji o wzorach:  <math>y = ax^2 + q</math>, <math>y = a(x - p)^2</math> (K),  <math>y = a(x - p)^2 + q</math> (P-R)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• podawać wzór paraboli o danym wierzchołku i przechodzącej przez dany punkt (P)</li> <li>• podawać wzór funkcji, której wykresem jest dana parabola (P)</li> <li>• określać współrzędne wierzchołka parabol podanych wzorem:  <math>y = ax^2 + q</math>, <math>y = a(x - p)^2</math> (K),  <math>y = a(x - p)^2 + q</math> (K-P)</li> <li>• określać zbiór wartości i przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej podanej wzorem  <math>y = a(x - p)^2 + q</math> (P-R)</li> </ul>	
Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie funkcji kwadratowej (K)</li> <li>• wzory określające współrzędne wierzchołka paraboli (K)</li> <li>• postać ogólną i postać kanoniczną funkcji kwadratowej (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• związek między wzorami określającymi współrzędne wierzchołka paraboli i postacią kanoniczną wzoru funkcji kwadratowej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej (P)</li> <li>• znajdować współrzędne wierzchołka paraboli (K)</li> <li>• badać monotoniczność funkcji kwadratowej (K-P)</li> <li>• obliczać największą (najmniejszą) wartość funkcji kwadratowej (K)</li> <li>• obliczać punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych (P-R)</li> <li>• zapisywać wzór funkcji kwadratowej spełniającej dane warunki (P-R)</li> <li>• obliczać, dla jakich argumentów funkcja kwadratowa przyjmuje podaną wartość (P-R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać pola figur umieszczonych w układzie współrzędnych i powiązanych z parabolą (R-D)</li> </ul>
Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej	2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej (K)</li> <li>• postać iloczynową funkcji kwadratowej (K)</li> <li>• wzór na pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli wykorzystujący miejsca zerowe</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej (K-P)</li> <li>• określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej w zależności od wartości wyróżnika (K-P)</li> <li>• odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej podanej wzorem</li> </ul>	

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

		funkcji kwadratowej (K)		iloczynowym (K-P) <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać wzór funkcji kwadratowej, znając jej miejsca zerowe oraz punkt należący do jej wykresu (P)</li> <li>• zapisywać wzór funkcji kwadratowej spełniającej dane warunki (P-R)</li> </ul>	
Funkcja kwadratowa – podsumowanie	2-3	Tak jak we wcześniejszych trzech tematach działu <i>Funkcja kwadratowa</i> i dodatkowo: <ul style="list-style-type: none"> <li>• schemat wyznaczania wartości największej (najmniejszej) funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (K)</li> </ul>	Tak jak we wcześniejszych trzech tematach działu <i>Funkcja kwadratowa</i> i dodatkowo: <ul style="list-style-type: none"> <li>• schemat wyznaczania wartości największej (najmniejszej) funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (P)</li> </ul>	Tak jak we wcześniejszych trzech tematach działu <i>Funkcja kwadratowa</i> i dodatkowo: <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdzić, czy wierzchołek paraboli należy do podanego przedziału domkniętego (K)</li> <li>• wyznaczyć wartość największą (najmniejszą) funkcji kwadratowej zapisanej wzorem ogólnym, kanonicznym i iloczynowym (P-R)</li> </ul>	• obliczać pola figur umieszczonych w układzie współrzędnych i powiązanych z parabolą (R-D)
Nierówności kwadratowe	3	• pojęcie nierówności kwadratowej (K)		• rozwiązywać nierówności kwadratowe (K-P) <ul style="list-style-type: none"> <li>• określać argumenty, dla których wartości jednej funkcji są większe od wartości drugiej funkcji (P-R)</li> </ul>	• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do nierówności kwadratowych (D-W)
Zastosowania funkcji kwadratowej	3	• schemat rozwiązania zadania optymalizacyjnego wykorzystującego własności funkcji kwadratowej (K)	• schemat rozwiązania zadania optymalizacyjnego wykorzystującego własności funkcji kwadratowej (K)	• opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej (P) <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać typowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując własności funkcji kwadratowej (P)</li> <li>• rozwiązywać typowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej (P)</li> </ul>	• opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej w sytuacjach nietypowych (R-D) <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując własności funkcji kwadratowej (R-W)</li> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej (P)</li> </ul>
Równania i nierówności z parametrem	5			• rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem (K-P) <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nierówności kwadratowe z parametrem (K-P)</li> <li>• rozwiązywać zadania prowadzące do rozwiązywania równań</li> </ul>	• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem (D-W)

*Matematyka z plusem* dla szkoły ponadpodstawowej

				i nierówności kwadratowych z parametrem (P-R)	
Powtórzenie, praca kasowa i jej omówienie	3	Utrwalenie i usystematyzowanie oraz sprawdzenie wiadomości i umiejętności dotyczących działu <i>Funkcja kwadratowa</i>			