**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

Program nauczania: *Matematyka z plusem*  
Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 150

**Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:**

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres rozszerzony,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

*Matematyka z plusem 3. Zbiór zadań,* M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, A. Wojaczek

*Matematyka z plusem 3. Ćwiczenia podstawowe,* M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

**ROZKŁAD MATERIAŁU DO KLASY III LO ROZSZERZENIE**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Liczba godzin |
| **Wyrażenia wymierne** | **21-25** |
| Wyrażenia wymierne | 2-3 |
| Równania wymierne | 4-5 |
| Nierówności wymierne | 4 |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 3-4 |
| Funkcje wymierne | 2-3 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Ciągi** | **27-30** |
| Przykłady ciągów | 2 |
| Ciąg arytmetyczny | 3 |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 2-3 |
| Ciąg geometryczny | 3 |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 2-3 |
| Procent prosty i procent składany | 4 |
| Granice ciągów | 2 |
| Obliczanie granic | 3-4 |
| Szereg geometryczny | 3 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Podobieństwo figur** | **13-16** |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 2-3 |
| Wielokąty podobne | 2-3 |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 2-3 |
| Pola figur podobnych | 2 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Funkcje trygonometryczne** | **30-36** |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | 1 |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 |
| Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | 2 |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi | 2-3 |
| Wykres funkcji *y* = sin α | 1-2 |
| Wykres funkcji *y* = cos α | 1-2 |
| Wykresy funkcji *y* = tg α | 1-2 |
| Wzory redukcyjne | 3 |
| Powtórzenie i sprawdzian | 2 |
| Miara łukowa kąta | 2 |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | 2 |
| Funkcje o wzorach *y* = *a*sin*x*, *y* = sin*ax* … | 2-3 |
| Równania i nierówności trygonometryczne | 4-5 |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Geometria analityczna** | **17-20** |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 |
| Równanie prostej | 2-3 |
| Równanie prostej (cd.) | 3 |
| Równanie okręgu | 3-4 |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 3-4 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **Stereometria** | **21-23** |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 3-4 |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 |
| Bryły podobne | 3-4 |
| Powtórzenie i praca klasowa | 3 |
| **RAZEM W CIĄGU ROKU** | **129-150** |

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM**

**(ZAKRES ROZSZERZONY)**

**Kategorie celów nauczania**:

A — zapamiętanie wiadomości

B — rozumienie wiadomości

C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych

D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

**Poziomy wymagań edukacyjnych**:

K — konieczny — ocena dopuszczająca (2)

P— podstawowy — ocena dostateczna (3)

R — rozszerzający — ocena dobra (4)

D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5)

W — wykraczający — ocena celująca (6)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **JEDNOSTKA TEMATYCZNA** | **LICZBA JEDNOSTEK LEKCYJNYCH** | **CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ** | | | |
| podstawowe | | | ponadpodstawowe |
| **KATEGORIA A**  Uczeń zna: | **KATEGORIA B**  Uczeń rozumie: | **KATEGORIA C**  Uczeń potraﬁ: | **KATEGORIA D**  Uczeń potraﬁ: |
| **Wyrażenia wymierne - 25h** | | | | | |
| Wyrażenia wymierne | 3 | *•* pojęcie wyrażenia wymiernego (K)  *•* pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | *•* pojęcie wyrażenia wymiernego (K)  *•* pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | *•* określić dziedzinę wyrażenia wymiernego (P–R)  *•* podać przykłady wyrażeń wymiernych spełniających dane warunki (P–R)  *•* uprościć wyrażenia wymierne (K–P)  *•* dodać, odjąć, mnożyć wyrażenia wymierne (K–R)  *•* dzielić wyrażenia wymierne (P–R) | *•* określić dziedzinę wyrażenia wymiernego oraz wykonać działania na wyrażeniach wymiernych (R–D)  *•* określić, dla jakich wartości parametrów wyrażenia wymierne spełniają określone warunki (R–D)  *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem wyrażeń wymiernych (R–W) |
| Równania wymierne | 5 | *•* pojęcie równania wymiernego (K)  *•* sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K-P) | *•* pojęcie równania wymiernego (K)  *•* sposoby rozwiązywania równań wymiernych  (K–P) | *•* rozwiązać równania wymierne (K–R)  *•* określić założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens (K–R) | *•* rozwiązać równania wymierne (R–D)  *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równań wymiernych (R–D) |
| Nierówności wymierne | 4 | *•* pojęcie nierówności wymiernej (K)  *•* sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | *•* pojęcie nierówności wymiernej (K)  *•* sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | *•* rozwiązać nierówności wymierne (K–R)  *•* szkicować wykresy zmiany znaku wartości funkcji (K–R)  *•* określić założenia, przy których nierówność ma sens (K–R)  *•* określić dziedzinę nierówności (K–R) | *•* rozwiązać nierówności wymierne (R–D)  *•* określić dziedzinę nierówności (R–D)  *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem nierówności wymiernych (R–D) |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | 3 |  |  | *•* przekształcić wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość (K–R)  • wykazać określone własności liczb (P–R)- | • wykazać podane własności liczb (R–D)-  *•* określić wartości parametru, dla którego równanie spełnia dane warunki (R–D) |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | 4 | *•* pojęcie hiperboli (K)  *•* pojęcie osi symetrii hiperboli (P)  *•* pojęcie wierzchołków hiperboli (P)  *•* zasady sporządzania wykresów funkcji:  *y* = −*f* (*x*),  *y* = *f* (*x* + *a*) + *b*, gdy dany jest wykres funkcji  *y* = *f* (*x*) (P–D) | *•* pojęcie hiperboli (K)  *•* położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku *a* (K)  *•* pojęcie asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji  *f* (*x*) = (K)  *•* zasady sporządzania wykresów funkcji:  *y* = −*f* (*x*),  *y* = *f* (*x* + *a*) + *b*, gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*)  (P–D)  *•* pojęcie osi symetrii hiperboli (P)  *•* pojęcie wierzchołków hiperboli (P) | *•* określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji  - *f* (*x*) = (K)  - (P–R)  *•* określić położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku *a* (K)  *•* określić przedziały monotoniczności funkcji  *f*(*x*) = (K)  *•* dopasować wzór do wykresu funkcji  *f*(*x*) = i odwrotnie (R)  *•* określić wzór funkcji, która powstanie, gdy wykres funkcji *f* (*x*) =  – odbijemy symetrycznie względem osi układu współrzędnych (P)  – odbijemy symetrycznie względem początku układu współrzędnych (P)  – przesuniemy równolegle o *a* jednostek w prawo lub w lewo i o *b* jednostek do góry lub w dół (P)  *•* określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji (P)  *•* określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji    z osiami układu współrzędnych (P)  *•* określić przedziały monotoniczności i argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P) | *•* określić wartość parametru, dla którego funkcja  *f* (*x*) = spełnia dane warunki (W)  *•* określić wzory funkcji, których wykresami są hiperbole spełniające określone warunki (R–W)  *•* obliczyć pole figury zawartej pomiędzy hiperbolą i danymi prostymi (R–D)  *•* określić współrzędne wierzchołków hiperboli (R–D) |
| Funkcje wymierne | 3 | • definicję funkcji wymiernej (P)  • wzory funkcji wymiernej w postaci ogólnej i w postaci kanonicznej (P–R) | • definicję funkcji wymiernej (P)  • pojęcie asymptoty poziomej i pionowej wykresu funkcji wymiernej (P)  • sposób przekształcania zapisu funkcji wymiernej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej i odwrotnie (P–R) | • podać przykłady funkcji wymiernych (P–R)  • określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji wymiernej (P–R)  • określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji wymiernej z osiami układu współrzędnych (P–R)  • określić przedziały monotoniczności funkcji wymiernej (P–R)  • określić argumenty, dla których funkcja wymierna przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P–R)  • podać wzór funkcji wymiernej na podstawie jej wykresu (P–R)  • dopasować wzory funkcji do ich wykresów (P–R)  •dowieźć monotoniczności funkcji zadanej wzorem w postaci ogólnej (P) | • określić, dla jakiej wartości parametru funkcja wymierna spełnia określone warunki (R–W)  • podać przykłady wzorów funkcji wymiernych spełniających określone warunki (R–D)  • określić własności funkcji wymiernych (R–D)  • sporządzić wykres funkcji wymiernej  y = f (x), a następnie, korzystając z jej wykresu, szkicować wykresy funkcji  y = |f (x)|, (R–D)  • znaleźć współrzędne punktów przecięcia wykresów funkcji wymiernych (R–D) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Ciągi – 30h** | | | | | |
| Przykłady ciągów | 2 | *•* pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K)  *•* pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K)  *•* pojęcie ciągu liczbowego(K)  *•* pojęcie wzoru ogólnego ciągu  (K–P)  *•* pojęcie wzoru rekurencyj­nego ciągu (K–P)  *•* pojęcia: monotoniczność ciągu, ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | *•* pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K)  *•* pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K)  *•* pojęcie ciągu liczbowego(K)  *•* sposób określania ciągu za pomocą wzoru ogólnego  (K–P)  *•* sposób określania ciągu  za pomocą wzoru rekurencyjnego  (P–R)  *•* pojęcia: ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | *•* zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów ogólnych (K–P)  *•* zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów rekurencyjnych (K–P)  *•* podać przykłady ciągów (K–P)  *•* określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru ogólnego (P–R)  *•* określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego (P–R)  *•* określić ciąg za pomocą wzoru ogólnego (P–D)  *•* określić ciąg za pomocą wzoru rekurencyjnego (P) | *•* obliczyć sumę *k* początkowych wyrazów ciągu na podstawie jego wzoru ogólnego (R–D)  *•* obliczyć kolejne wyrazy ciągu oraz określać ogólny wzór ciągu na podstawie danego wzoru na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu (P–R)  *•* znaleźć wzór ogólny ciągu określonego rekurencyjnie (R-W) |
| Ciąg arytmetyczny | 3 | *•* pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K)  *•* wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) | *•* pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K)  *•* wzór ogólny ciągu arytme­tycznego (K) | *•* obliczyć różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego (K)  *•* obliczyć dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jeden wyraz i różnica ciągu lub dwa dowolne wyrazy tego ciągu (K–R)  *•* sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (K–P)  *•* podać przykłady ciągów arytmetycznych spełniających dane warunki (K–P)  *•* zapisać wzory ciągów arytmetycznych (P–R)  *•* zapisać wzory ogólne ciągów arytmetycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–R)  *•* sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (P–R)  *•* ustalić, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny (P–R) | *•* określić wartości parametru, dla którego podane wyrażenia są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego (R)  *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D) |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | 3 | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) | *•* obliczyć sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (K–R)  *•* obliczyć różnicę oraz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, gdy dana są dowolny wyraz i suma kolejnych wyrazów tego ciągu(K–R) | *•* rozwiązać równania, których jedna strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego (R–D)  *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D) |
| Ciąg geometryczny | 3 | *•* pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K)  *•* wzór ogólny ciągu geome­trycznego (K)  *•* pojęcie średniej geome­trycznej dwóch liczb nie­ujemnych (P)  *•* warunki od jakich zależy kiedy ciąg geometryczny jest rosnący a kiedy malejący (P) | *•* pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycz­nego (K)  *•* wzór ogólny ciągu geome­trycznego (K)  *•* pojęcie średniej geome­trycznej dwóch liczb nie­ujemnych (P) | *•* obliczyć ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych (K–P)  *•* sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem geometrycznym (K–P)  *•* zapisać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dany jest:  – iloraz i dowolny wyraz tego ciągu (P)  – dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego (K–R)  *•* sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego (P–R)  *•* określić monotoniczność ciągów geometrycznych (R)  *•* zapisać wzory ogólne ciągów geometrycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–D) | *•* obliczyć wartości zmiennych, które wraz z danymi liczbami tworzą ciąg geometryczny (R–D)  *•* rozwiązać zadania dotyczące ciągów geometrycznych (R–W) |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | 3 | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) | *•* wzór na sumę *n*początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) | *•* obliczyć sumę wyrazów ciągu geometrycznego (P–R) | *•* rozwiązać zadania dotyczące sum ciągów geometrycznych (R–W) |
| Procent prosty i procent składany | 4 | *•* pojęcia: procent prosty, procent składany (P)  *•* wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | *•* pojęcia: procent prosty, procent składany (P)  *•* wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (R–D) |
| Granice ciągów | 2 | • definicję granicy ciągu (P)  • pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do +∞, ciąg rozbieżny do  –∞ (P)  • warunek zbieżności i  rozbieżności ciągu geometrycznego (P) | • definicję granicy ciągu (P)  • pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do +∞, ciąg rozbieżny do –∞ (P)  • warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P) | • obliczyć granice niektórych ciągów (P-D)  • podać przykłady ciągów zbieżnych oraz rozbieżnych (P)  • określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu na podstawie jego wykresu (P-D) | • na podstawie wzoru ogólnego określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu (R-D) |
| Obliczanie granic | 4 | • własności granic ciągów (P)  • własności granic ciągów rozbieżnych (P)  • symbole nieoznaczone (P)  *•* twierdzenie o trzech ciągach (P) | • własności granic ciągów (P)  • własności granic ciągów rozbieżnych (P) | • obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (P-R) | • obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (R-D)  • określić wartość parametru, dla którego granica danego ciągu spełnia określone warunki (R-D) |
| Szereg geometryczny | 3 | • pojęcie szeregu geometrycznego (P)  • wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie |*q*| < 1 (P) | • pojęcie szeregu geometrycznego (P)  • wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie |*q*| < 1 (P) | • obliczyć sumy szeregów geometrycznych (P-R)  • rozwiązać równania, którego lewą stroną jest szereg geometryczny (P-R) | • rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R–W)  • rozwiązać równania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R-D) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Podobieństwo figur – 16 h** | | | | | |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | 3 | *•* twierdzenie Talesa (K)  *•* twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | *•* twierdzenie Talesa (K)  *•* twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | *•* stosować twierdzenie Talesa oraz twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach rachunkowych (P–R)  *•* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego (R–D) |
| Wielokąty podobne | 3 | *•* pojęcie ﬁgur podobnych (K)  *•* pojęcie skali podobieństwa (K)  *•* własności ﬁgur podobnych (K) | *•* pojęcie ﬁgur podobnych (K)  *•* pojęcie skali podobieństwa (K)  *•* własności ﬁgur podobnych (K) | *•* rozpoznać ﬁgury podobne (K–P)  *•* znaleźć długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie (R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem własności podobieństwa (R–D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów | 2 | *•* cechy podobieństwa trójkątów (K) | *•* cechy podobieństwa trójkątów (K) | *•* rozpoznać trójkąty podobne (K–P)  *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R–D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | 3 |  |  | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R–D) |
| Pola ﬁgur podobnych | 2 | *•* zależność między stosunkiem pól ﬁgur podobnych a skalą podobieństwa (K) | *•* zależność między stosunkiem pól ﬁgur podobnych a skalą podobieństwa (K) | *•* obliczyć pola ﬁgur podobnych (P–R)  *•* obliczyć skalę podobieństwa, gdy dane są pola ﬁgur podobnych (P–R) | *•* rozwiązać zadania dotyczące pól ﬁgur podobnych (R–D) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Funkcje trygonometryczne – 36 h** | | | | | |
| Funkcje trygonome-tryczne kąta ostrego | 1 | *•* definicje funkcji trygonome-trycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K)  *•* wartości funkcji trygonome-trycznych kątów o miarach 30°, 45º, 60º(K) | *•* pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) | *•* rozwiązać trójkąty prostokątne (P-R)  *•* korzystać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych (K) | *•* rozwiązać zadania stosując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (R–D)  *•* porządkować kąty ostre, znając wartości ich funkcji trygonometrycznych i odwrotnie (R–D) |
| Kąty o miarach dodatnich i ujemnych | 1 | *•* pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K)  *•* pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) | *•* pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K)  *•* pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) | *•* zaznaczyć w układzie współrzędnych kąty o podanych miarach (K-P)  *•* ustalić, w której ćwiartce układu współrzędnych leży drugie ramię kąta o podanej mierze (K–P) | *•* podać przykłady kątów spełniających określone warunki (R) |
| Funkcje trygonome-tryczne dowolnego kąta | 2 | *•* deﬁnicje funkcji trygonome-trycznych dowolnego kąta (K)  *•* znaki wartości funkcji trygonome-trycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K)  *•* zależności:  sin(*α* + *k·*360⁰) = sin *α*  cos(*α* + *k·*360⁰) = cos *α*  tg(*α* + *k·*180⁰) =  tg *α*  (P) | *•* deﬁnicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (K) | *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na końcowym ramieniu kąta (K–P)  *•* ustalić znaki wartości funkcji trygonometrycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K)  *•* określić, w której ćwiartce układu leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych kąta (K–P)  *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu *y* = *ax* (P)  • narysować w układzie kąt, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (K–P) | *•* obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów dodatnich i ujemnych, wykorzystując deﬁnicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym oraz wartości funkcji trygonometrycznych kątów o  miarach 30⁰, 45⁰, 60⁰(P–D)  *•* podać wszystkie kąty spełniające określone warunki, korzystając z deﬁnicji funkcji trygonometrycznych (R–D)  *•* obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R–D) |
| Podstawowe związki między funkcjami trygonome-trycznymi | 3 | *•* związki między funkcjami trygonome-trycznymi tego samego kąta (tożsamości trygonometryczne) (K) | *•* związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (K) | *•* obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z  nich (K–R)  *•* sprawdzić tożsamości trygonometryczne  (P–D)  *•* uprościć wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne (P–D)  *•* ustalić najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierającego funkcje trygonometryczne (P–D) | *•* rozwiązać zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne (R–D) |
| Wykres funkcji  *y* = sin *α* | 2 | *•* sposób sporządzania wykresu funkcji  *y* = sin *α* (P)  *•* własności funkcji  *y* = sin *α* (K)  *•* wzory:  sin *α* =  sin (*α* + *k·*360º)  sin *α* = sin (180º− *α*)  sin (−*α*) = − sin *α* (P) | *•* własności funkcji *y* = sin *α* (K)  *•* wzory:  sin *α* =  sin (*α* + *k·*360º)  sin *α* = sin (180º− *α*)  sin (−*α*) = − sin *α* (P) | *•* naszkicować wykres funkcji *y* = sin *α* (K)  *•* odczytać z wykresu własności funkcji  *y* = sin *α* (K–P)  *•* ustalić znak, obliczyć i porównać wartości funkcji sinus dla podanego kąta, korzystając z sinusoidy (K–P) | *•* znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji sinus spełniają określone warunki (R–D) |
| Wykres funkcji  *y* = cos *α* | 2 | *•* związek  cos *α* = sin (*α* +90º) (K)  *•* sposoby sporządzania wykresu funkcji  *y* = cos *α* (P)  *•* własności funkcji  *y* = cos *α* (K)  *•* wzory:  cos *α* =  cos (*α +k·*360º),  cos *α* =  − cos (180º− *α*)  cos (−*α*) = cos *α* (P) | *•* związek  cos *α* = sin (*α* +90º) (K)  *•* sposoby sporządzania wykresu funkcji  *y* = cos *α* (P)  *•* własności funkcji *y*= cos *α* (K) | *•* naszkicować wykres funkcji *y* =cos *α*, (K)  *•* odczytać z wykresu własności funkcji  *y* = cos *α* (K-R)  *•* ustalić znak funkcji cosinus dla podanego kąta, korzystając z cosinusoidy (K–P)  *•* obliczyć wartości funkcji cosinus dla podanych kątów, wykorzystując cosinusoidę (K–P)  *•* porównać wartości i własności funkcji  *y* = sin *α* i *y* = cos *α* (K–P) | *•* znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji cosinus spełniają określone warunki  (R–D) |
| Wykres funkcji  *y* = tg *α* | 2 | *•* wykres funkcji  *y* = tg *α* (K)  *•* pojęcie asymptoty wykresu (P)  *•* własności funkcji tangens(K)  *•* związki:  tg *α* = tg(*α* + 180º)  tg(−*α*) = − tg(*α*) (P)  *•* zasadę sporządzania wykresów funkcji:  *y* = −*f* (*x*),  *y* = *f* (*x* + *a*), gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*) (P) | *•* pojęcie asymptoty wykresu (P)  *•* własności funkcji tangens(K)  *•* związki:  tg *α* = tg(*α* + 180º)  tg(−*α*) = − tg(*α*) (P)  *•* zasadę sporządzania wy­kresów funkcji:  *y* = −*f* (*x*),  *y* = *f* (*x* + *a*), gdy dany jest wykres funkcji *y* = *f* (*x*) (P) | *•* narysować wykres funkcji *y* = tg *α*, (P)  *•* odczytać własności funkcji *y* = tg *α*  z wykresu (R)  *•* korzystać z wzorów redukcyjnych (P–D)  *•* porządkować wartości funkcji trygonometrycznych dla danego kąta (P–R)  *•* obliczyć wartości funkcji tangens dla podanych kątów, wykorzystując tangensoidę (K–P) | *•* ustalić argumenty, dla któ­rych wartości funkcji trygonometrycznych spełniają określone warunki (R–D) |
| Wzory redukcyjne | 3 | *•* wzory na obliczanie wartości funkcji trygonome-trycznych dowolnego kąta znając ich wartość dla odpowiedniego kata ostrego (K) | *•* podstawowe wzory redukcyjne (K) | *•* ustalić wartości funkcji dowolnego kąta, wykorzystując tablice oraz wzory redukcyjne (K–R)  *•* korzystać z tablic trygonometrycznych (K)  *•* wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P–R) | *•* obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R–D)  *•* uzasadnić tożsamości (R–D) |
| Powtórzenie | 1 |  |  |  |  |
| Sprawdzian | 1 |  |  |  |  |
| Miara łukowa kąta | 2 | *•* deﬁnicję miary łukowej kąta środkowego (K)  *•* jednostkę miary łukowej kąta (K)  *•* zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) | *•* deﬁnicję miary łukowej kąta środkowego (K)  *•* jednostkę miary łukowej kąta (K)  *•* zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) | *•* obliczyć miarę łukową kąta środkowego (K–P)  *•* rozwiązać zadania, stosując wzór na miarę łukową kąta środkowego (K–P)  *•* zamienić miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie (K–P) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej (R–D) |
| Funkcje trygonome-tryczne zmiennej rzeczywistej | 2 | *•* własności funkcji trygonome-trycznych zmiennej rzeczywistej (P–D)  *•* własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P–R) | *•* własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P–D)  *•* własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P–R) | *•* narysować wykresy funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej i określić ich własności (P–D)  *•* wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P–R)  *•* dopasować wzór do wykresu funkcji trygonometrycznej i odwrotnie (R) | *•* określić własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (okresowość, parzystość, nieparzystość) (R)  *•* wyznaczyć argumenty, dla których wartości funkcji spełniają dane warunki (R–D)  *•* określić wartość parametru, dla którego funkcja  trygonometryczna spełnia dane warunki (R–D)  *•* rysować wykresy funkcji opisanych przy pomocy dwóch wzorów (R–D) |
| Funkcje  *y* = sin a*x*,  *y* = *a* sin *x* ... | 3 | *•* zasady sporządzania wykresów funkcji  *y* = sin *ax*,  *y* = *a* sin *x*  (P–R) | *•* zasady sporządzania wykresów funkcji  *y* =sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... (P–R) | *•* narysować wykresy funkcji  *y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... (P–R)  *•* odczytać własności funkcji *y* = sin *ax*,  *y* = *a* sin *x…* , korzystając z ich wykresów  (R–D) | *•* określić wzory funkcji typu  *y* = sin *ax*, *y* = *a* sin *x* ... spełniających określone warunki (R–D)  *•* narysować wykresy funkcji *y* = sin *ax*,  *y* = *a* sin *x* ... i określić ich własności (R–W) |
| Równania i nierówności trygonome-tryczne | 5 | *•* sposoby rozwiązywania równań i  nierówności try­gonometrycznych (P–D)  *•* sposoby zapisywania rozwiązań (P–R)  *•* niektóre wzory trygonome­tryczne (D) | *•* sposoby wykorzystania wykresów funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań  i nierówności (P–R)  *•* sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych (P–D) | *•* rozwiązać równania trygonometryczne postaci sin *x*= *a*, cos *x* = *a*, tg *x* = *a*, (P–R)  *•* rozwiązać proste nierówności trygonometryczne, np. sin *x* ≥ *a* (P–D) | *•* rozwiązać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne np.  sin 2*x* = , sin 2 *x* +cos *x* =1, cos 2*x* < (R–W) |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | 3 | *•* wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów (K)  *•* wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta (P) | *•* przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów np. 75⁰  *•* przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta w rozwiązywaniu równań trygonometrycznych | *•* zastosować wzory na sinus i cosinus sumy  i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów (P–R)  *•* rozwiązać proste równania i nierówności trygonometryczne, stosując wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta (P–R) | *•* rozwiązać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne, stosując wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta (R–D)  *•* udowodnić tożsamości (R–D) |
| Powtórzenie | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa  i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Geometria analityczna – 20 h** | | | | | |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | 3 | *•* wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (wzór na długość odcinka) (K)  *•* wzór na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka (K)  • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K)  • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K) | *•* wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (wzór na długość odcinka) (K)  *•* wzór na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka (K)  • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K)  • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K) | *•* obliczyć odległość punktów na płaszczyźnie (długość odcinka) (K)  *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczeń długości odcinka (P–R)  • wyznaczyć współrzędne środka odcinka (K–P)  • wyznaczyć współrzędne jednego z końców odcinka znając współrzędne drugiego końca oraz jego środka (P–R)  • wyznaczyć współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem osi lub początku układu współrzędnych (K)  • wyznaczyć współrzędne obrazów danych punktów w symetrii względem prostej równoległej do osi x oraz osi y (P)  • wyznaczyć równanie prostej, względem której dane punkty są symetryczne (P)  • wyznaczyć środek symetrii ﬁgury złożonej z dwóch punktów (K–P) | • rozwiązać zadania, wykorzystując wzory na długość odcinka oraz jego środek (R)  • rozwiązać zadania, korzystając z zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi lub początku układu współrzędnych (R) |
| Równanie prostej | 3 | *•* pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K)  *•* pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K)  *•* związek między tangensem kąta nachylenia prostej *y*= *ax* + *b* do osi *x* a  jej współczynnikiem kierunkowym (P)  *•* warunek równoległości prostych (K)  *•* warunek prostopadłości prostych (P) | *•* pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równa­nie prostej (K)  *•* pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K)  *•* związek między tangen­sem kąta nachylenia pro­stej  *y* = *ax* + *b* do osi *x*  a jej współczynnikiem kierunkowym (P)  *•* interpretację geometryczną układu dwóch równań liniowych (P) | *•* przekształcić ogólne równanie prostej na równanie kierunkowe i odwrotnie (K)  *•* obliczyć współrzędne punktów przecięcia danej prostej z osiami układu (K)  *•* znaleźć równanie prostej:  – przechodzącej przez dwa dane punkty  (K–P)  – przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej (K–P)  – przechodzącej przez dany punkt  i prostopadłej do danej prostej (P–R)  *•* sprawdzić, czy dane trzy punkty są współliniowe (P) | *•* obliczyć miarę kąta, pod jakim przecinają się proste o danych równaniach (R–D)  *•* rozwiązać zadania dotyczące równania prostej (R–W) |
| Równanie prostej (cd.) | 3 | *•* wzór na odległość między prostymi równoległymi (K)  *•* wzór na odległość punktu od prostej (K) | *•* wzór na odległość między prostymi równoległymi (K)  *•* wzór na odległość punktu od prostej (K) | *•* znaleźć równanie prostej:  – przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P–R)  – przechodzącej przez dany punkt  i prostopadłej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P–R)  *•* obliczyć odległość miedzy prostymi równoległymi (P)  *•* obliczyć odległość punktu od prostej (P)  *•* obliczyć pole trójkąta, znając współrzędne jego wierzchołków (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równań prostych (R–D) |
| Równanie okręgu | 4 | *•* równanie okręgu w postaci:  -kanonicznej (K)  - ogólnej (P)  *•* warunek koła (R)  *•* interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | *•* równanie okręgu (R)  *•* warunek koła (R)  *•* interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | *•* wyznaczyć równanie okręgu o danym środku i promieniu (P)  • określić położenie punktu względem okręgu o danym równaniu (K–P)  *•* rozwiązać zadania dot. okręgu (P–R)  • określić wzajemne położenie okręgów znając ich równania (P–R)  *•* przekształcić równanie okręgu z postaci kanonicznej na postać ogólną (P–R) | *•* zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają określone warunki i opisywać zaznaczone zbiory punktów (R–D)  *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem równania okręgu i nierówności koła (R–D)  *•* wyznaczyć równanie stycznej do okręgu o danym równaniu (R–D) |
| Interpretacja geometryczna układu równań | 4 | *•* interpretację geometryczną  układów równań  (K–P)  *•* interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności (R–D) | *•* interpretację geometryczną  układów równań (K–P)  *•* interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności (R–D) | • ustalić liczbę rozwiązań układu równań korzystając z jego interpretacji geometrycznej (K–P)  *•* wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych:  – prostych i okręgów (K–P)  –dwóch okręgów, okręgu i paraboli (P–D) | *•* opisać za pomocą nierówności lub układu nierówności zaznaczony zbiór punktów (R)  *•* określić wartość parametru, dla którego parabola, okrąg, prosta spełnia dane warunki (R–D)  *•* wyznaczyć równania okręgów spełniających określone warunki (R–D)  *•* wyznaczyć równania stycznych do danych okręgów spełniających określone warunki (R–D)  *•* rozwiązać zadania dotyczące okręgów, elipsy (D–W) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |
| **Stereometria – 23 h** | | | | | |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | 4 | *•* pojęcie figury wypukłej (K)  *•* pojęcie czworościanu (K)  *•* pojęcie wielościanu foremnego (P)  *•* reguły rysowania rzutów brył (K)  *•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa (K)  *•* wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa (K) | *•* pojęcie figury wypukłej (K)  *•* pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K)  *•* pojęcie czworościanu (K)  *•* reguły rysowania rzutów brył (K) | *•* rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów (K)  *•* wyznaczyć długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym (K–R)  *•* obliczyć pola powierzchni i objętości graniastosłupów (K–R)  *•* obliczyć pola powierzchni i objętości ostrosłupów (K–R)  *•* obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów powstałych w wyniku doklejenia lub odcięcia od graniastosłupa (ostrosłupa) innego graniastosłupa lub ostrosłupa (P–D)  *•* obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów foremnych (P–R)  *•* obliczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–R) | *•* rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów (R–W)  • wyznaczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–D) |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | 4 | *•* wzory na obliczanie pól powierzchni i objętości walca, stożka i kuli (K) | • pojęcie bryły obrotowej (P) | *•* narysować rzuty walca, stożka i kuli (K)  *•* obliczyć pole i objętość brył obrotowych (K) | *•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w walec(stożek lub kulę) oraz opisanych na walcu (stożku lub kuli) (R–W)  *•* rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych wpisanych w graniastosłup (ostrosłup) i opisanych na graniastosłupie (ostrosłupie) (R–W) |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | 4 | *•* pojęcia: proste równoległe w  przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K)  *•* pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K)  *•* pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K)  *•* twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (P) | *•* różnicę pomiędzy prostymi prostopadłymi w przestrzeni a prostymi skośnymi (P) | *•* wskazać kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (K–P)  *•* wskazać kąty między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów (P–D)  *•* wyznaczyć miary kątów między  - odcinkami (K–P)  - odcinkami i ścianami (P–R)  - ścianami (R)  graniastosłupów i ostrosłupów  • obliczyć pole powierzchni i objętość graniastosłupa lub ostrosłupa na podstawie:  - rysunku (K–P)  - opisu (P–R) | *•* rozwiązać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów (R–W)  *•* uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | 4 | *•* definicję przekroju bryły (P) | *•* pojęcie przekroju prostopadłościanu (P) | *•* narysować przekrój prostopadłościanu płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P)  *•* obliczyć pole przekroju zaznaczonego na rzucie prostopadłościanu (K–R)  *•* obliczyć pole przekroju, którego odcinki zaznaczone są na siatce prostopadłościanu  (R–D)  *•* narysować przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P)  *•* obliczyć pole (obwód) przekroju zaznaczonego na rzucie ostrosłupa (K–R) | *•* wyznaczyć i obliczyć pole przekroju prostopadłościanu (R–D)  *•* wyznaczyć i obliczyć pole przekroju ostrosłupa (R–D) |
| Bryły podobne | 4 | *•* zależność między stosunkiem objętości brył podobnych a skalą podobieństwa (K) |  | *•* obliczyć pole i objętość brył podobnych (K)  *•* obliczyć pole i objętość brył powstałych poprzez odcięcie ich części (P–R) | *•* obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia ze sobą części stożków i walców, oraz w wyniku wycięcia walców z części stożków (R–D)  *•* uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Powtórzenie wiadomości | 1 |  |  |  |  |
| Praca klasowa i jej omówienie | 2 |  |  |  |  |