

Nowa

Matematyka z plusem 7



Broszura zawiera fragmenty **podręcznika**,
zeszytu ćwiczeń i **zeszytu ćwiczeń podstawowych**
z serii *M+* dla 7 klasy na rok szkolny 2026/2027.

Zmiany na lepsze!

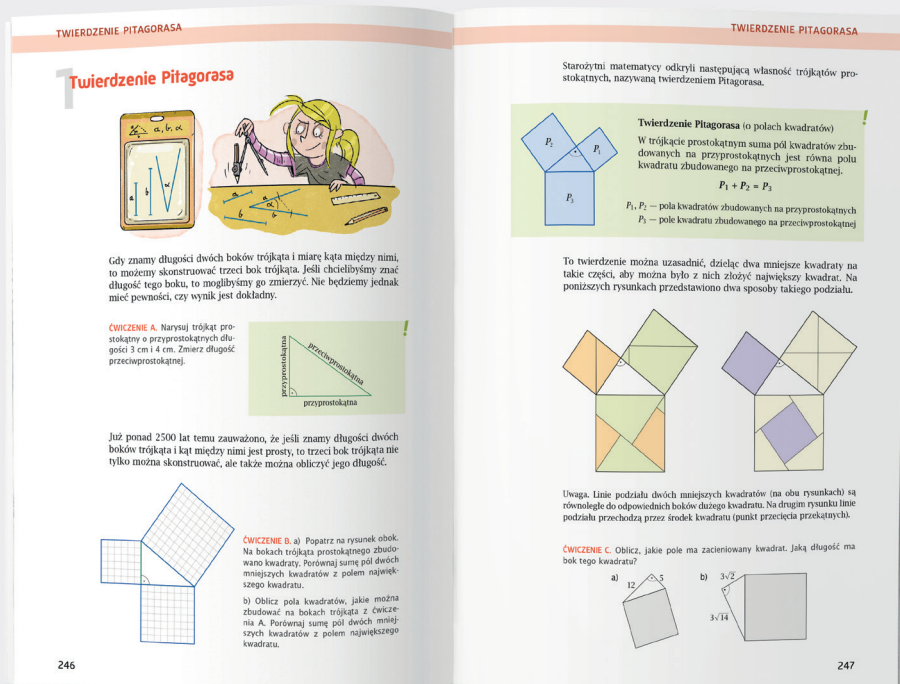
Po tysiącach spotkań z nauczycielami wiemy, co warto udoskonalić! Na wrzesień 2026 r. przygotowujemy nowe materiały dla uczniów klas 7 i ich nauczycieli. Czytelniejsza szata graficzna nowych książek to tylko pierwszy krok do lepszego dopasowania podręczników i zeszytów ćwiczeń do percepcji uczniów i efektywniejszej nauki!



Podręcznik

- Zwiększyliśmy czytelność i przejrzystość części teoretycznej poprzez wprowadzenie nowych elementów graficznych oraz uszczuplenie tekstów.
- Zaktualizowaliśmy dane liczbowe w zadaniach i dostosowaliśmy ich treść do dzisiejszych realiów.
- Większość tematów poświęconych **twierdzeniu Pitagorasa** z 8 klasy przenieśliśmy do klasy 7.
- Rozdział **Figury przestrzenne** z klasy 7 przenieśliśmy do 8 klasy, dzięki czemu możliwa będzie realizacja wszystkich tematów zaplanowanych na 7 klasę bez pośpiechu i z możliwością zatrzymania się przy trudniejszych zagadnieniach.

Sprawdź od strony 3





Zeszyt ćwiczeń

Po każdym rozdziale dodaliśmy moduł ***Sprawdź, co było na egzaminie***, czyli zestaw zadań egzaminacyjnych CKE. Uczniowie będą mogli zmierzyć się z zadaniami, które pojawiły się na wcześniejszych egzaminach ósmoklasisty.

Sprawdź od strony 31



Zeszyt ćwiczeń podstawowych

Po każdym rozdziale dodaliśmy moduł ***Poćwicz przed egzaminem*** zawierający zadania typu egzaminacyjnego. Od teraz przygotowania do egzaminu ósmoklasisty będą znacznie prostsze.

Sprawdź od strony 36

W niniejszej broszurze prezentujemy pierwsze fragmenty nowych materiałów – rozdział ***Twierdzenie Pitagorasa*** z podręcznika, zeszytu ćwiczeń oraz zeszytu ćwiczeń podstawowych opracowywanych dla 7 klasy szkoły podstawowej.

Chcesz poznać kolejne? Zapisz się na nowamatematyka.webankieta.pl



Spis treści podręcznika *M+* dla klasy 7

LICZBY I DZIAŁANIA

1. Liczby
 2. Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych
 3. Zaokrąglanie liczb
 4. Dodawanie i odejmowanie liczb dodatnich
 5. Mnożenie i dzielenie liczb dodatnich
 6. Wyrażenia arytmetyczne
 7. Działania na liczbach dodatnich i ujemnych
 8. Oś liczbową
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

PROCENTY

1. Procenty i ułamki
 2. Diagramy procentowe
 3. Jaki to procent?
 4. Obliczanie procentu danej liczby
 5. Podwyżki i obniżki
 6. Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent
 7. O ile procent więcej, o ile mniej.
- Punkty procentowe
8. Obliczenia procentowe
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

FIGURY GEOMETRYCZNE

1. Proste i odcinki
 2. Kąty
 3. Trójkąty
 4. Przystawianie trójkątów
 5. Czworokąty
 6. Wielokąty foremne
 7. Pole prostokąta. Jednostki pola
 8. Pola wielokątów
 9. Układ współrzędnych
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

1. Do czego służą wyrażenia algebraiczne?
 2. Wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
 3. Jednomiany
 4. Sumy algebraiczne
 5. Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych
 6. Mnożenie jednomianów przez sumy algebraiczne
 7. Mnożenie sum algebraicznych
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

RÓWNANIA

1. Do czego służą równania?
 2. Liczby spełniające równania
 3. Rozwiązywanie równań
 4. Zadania tekstowe
 5. Procenty w zadaniach tekstowych
 6. Przekształcanie wzorów
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

POTĘGI I PIERWIĄSTKI

1. Potęga o wykładniku naturalnym
 2. Iloczyn i iloraz potęg o jednakowych podstawach
 3. Potęgowanie potęg
 4. Potęgowanie iloczynu i ilorazu
 5. Działania na potęgach
 6. Notacja wykładnicza
 7. Notacja wykładnicza (cd.)
 8. Pierwiastki
 9. Działania na pierwiastkach
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

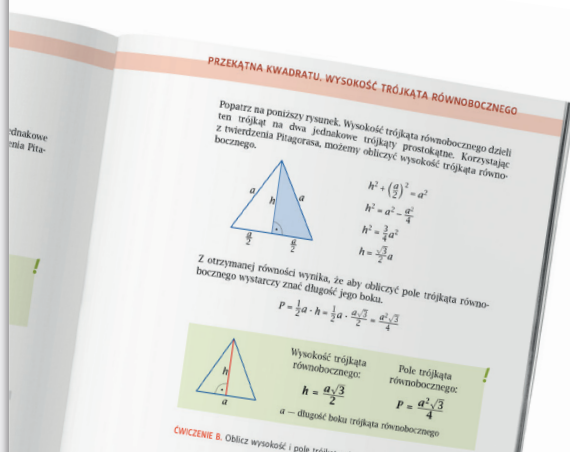
TWIERDZENIE PITAGORASA

SPRAWDŹ DALEJ

1. Twierdzenie Pitagorasa
 2. Zastosowania twierdzenia Pitagorasa
 3. Przekątna kwadratu. Wysokość trójkąta równobocznego
 4. Trójkąty o kątach 90° , 45° , 45° oraz 90° , 30° , 60°
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające

STATYSTYKA

1. Odczytywanie danych statystycznych
 2. Co to jest średnia?
 3. Zbieranie i opracowywanie danych statystycznych
 4. Zdarzenia losowe
- Przed klasówką*
Zadania uzupełniające



Twierdzenie Pitagorasa **246**

Zastosowania twierdzenia Pitagorasa **254**

Przekątna kwadratu. Wysokość trójkąta równobocznego **258**

Trójkąty o kątach 90° , 45° , 45° oraz 90° , 30° , 60° **261**

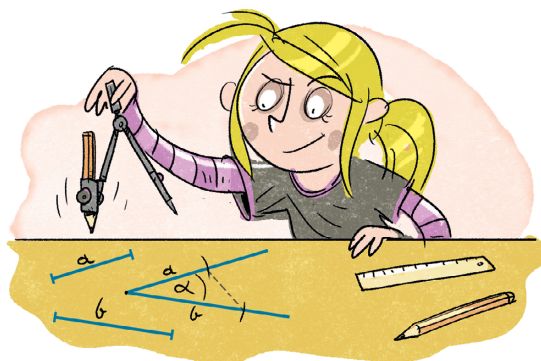
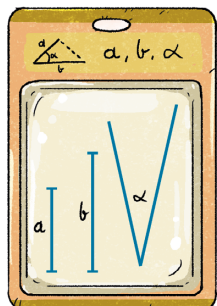
TWIERDZENIE PITAGORASA

Przed klasówką **266**

Zadania uzupełniające **268**

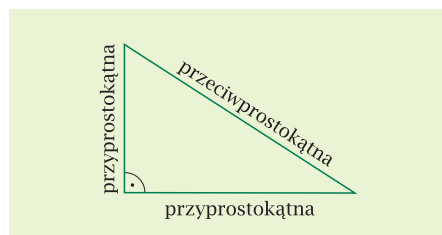
TWIERDZENIE PITAGORASA

1 Twierdzenie Pitagorasa

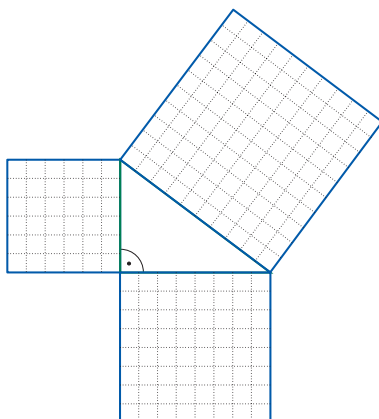


Gdy znamy długości dwóch boków trójkąta i miarę kąta między nimi, to możemy skonstruować trzeci bok trójkąta. Jeśli chcielibyśmy znać długość tego boku, to moglibyśmy go zmierzyć. Nie będziemy jednak mieć pewności, czy wynik jest dokładny.

ĆWICZENIE A. Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 3 cm i 4 cm. Zmierz długość przeciwprostokątnej.



Już ponad 2500 lat temu zauważono, że jeśli znamy długości dwóch boków trójkąta i kąt między nimi jest prosty, to trzeci bok trójkąta nie tylko można skonstruować, ale także można obliczyć jego długość.

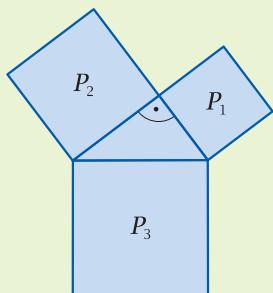


ĆWICZENIE B. a) Popatrz na rysunek obok. Na bokach trójkąta prostokątnego zbudowano kwadraty. Porównaj sumę pól dwóch mniejszych kwadratów z polem największego kwadratu.

b) Oblicz pola kwadratów, jakie można zbudować na bokach trójkąta z ćwiczenia A. Porównaj sumę pól dwóch mniejszych kwadratów z polem największego kwadratu.

TWIERDZENIE PITAGORASA

Starożytni matematycy odkryli następującą własność trójkątów prostokątnych, nazywaną twierdzeniem Pitagorasa.



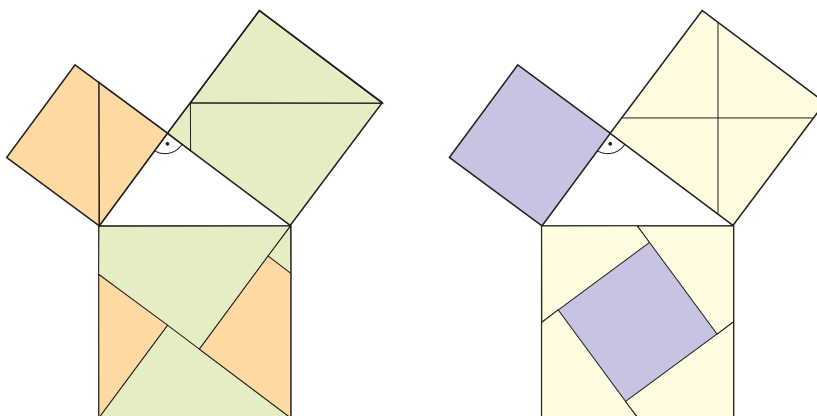
Twierdzenie Pitagorasa (o polach kwadratów)

W trójkącie prostokątnym suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej.

$$P_1 + P_2 = P_3$$

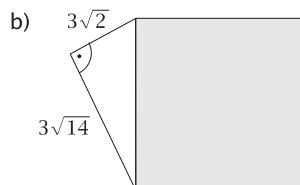
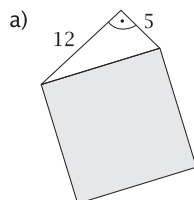
P_1, P_2 — pola kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych
 P_3 — pole kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej

To twierdzenie można uzasadnić, dzieląc dwa mniejsze kwadraty na takie części, aby można było z nich złożyć największy kwadrat. Na poniższych rysunkach przedstawiono dwa sposoby takiego podziału.



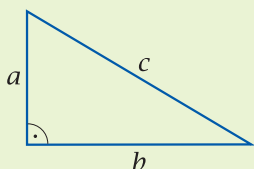
Uwaga. Linie podziału dwóch mniejszych kwadratów (na obu rysunkach) są równoległe do odpowiednich boków dużego kwadratu. Na drugim rysunku linie podziału przechodzą przez środek kwadratu (punkt przecięcia przekątnych).

ĆWICZENIE C. Oblicz, jakie pole ma zacieniowany kwadrat. Jaką długość ma bok tego kwadratu?



TWIERDZENIE PITAGORASA

Zauważmy, że jeżeli boki trójkąta mają długości a , b i c , to kwadraty zbudowane na tych bokach mają pola równe odpowiednio a^2 , b^2 i c^2 . Twierdzenie Pitagorasa możemy więc sformułować w inny sposób:



a, b — długości przyprostokątnych
 c — długość przeciwprostokątnej

Twierdzenie Pitagorasa (o długościach boków)

Jeśli trójkąt jest prostokątny, to suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

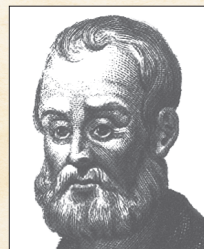
Uwaga. Matematycy nazywają *twierdzeniem* każde zdanie (np. dotyczące figur lub liczb), którego prawdziwość została udowodniona. Wiele różnych twierdzeń już znasz, na przykład:

- Suma miar kątów w trójkącie jest równa 180° .
- Przekątne prostokąta mają równe długości i przecinają się w połowie.
- Liczba naturalna, której ostatnią cyfrą jest 0 lub 5, jest podzielna przez 5.
- Iloczyn liczby parzystej i nieparzystej jest liczbą parzystą.

Z historii

Pitagoras z Samos (572 p.n.e. – 497 p.n.e.) żył w czasach, gdy w Indiach nauczał Budda, a w Chinach — Konfucjusz. Założył Związek Pitagorejski — bractwo religijno-polityczne, które prowadziło także działalność naukową. Pitagorejczycy uważali, że świat można opisać za pomocą liczb. Celem ich życia było poszukiwanie harmonii w świecie. Odkryli na przykład, jakie długości powinny mieć dwie struny, aby razem pięknie (harmonijnie) brzmiały.

Twierdzenie zwane twierdzeniem Pitagorasa było używane już wcześniej przez Babilończyków, Egipcjan i Hindusów. Od pitagorejczyków pochodzi prawdopodobnie ogólny dowód i nazwa twierdzenia. Legenda głosi, że po udowodnieniu twierdzenia Pitagoras złożył bogom hekatombę, czyli ofiarę ze stu wołów.



Πυθαγόρας

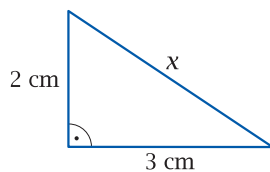


TWIERDZENIE PITAGORASA

Stosując twierdzenie Pitagorasa, możemy obliczyć długość jednego z boków trójkąta prostokątnego, gdy znane są długości dwóch pozostałych boków.

PRZYKŁAD

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości 2 cm i 3 cm. Jaka długość ma przeciwprostokątna tego trójkąta?



$$2^2 + 3^2 = x^2$$

$$x^2 = 13$$

$$x = \sqrt{13} \text{ [cm]}$$

Odp. Przeciwnprostokątna ma długość $\sqrt{13}$ cm.

Wykonujemy rysunek pomocniczy; przez x oznaczamy szukaną długość odcinka.

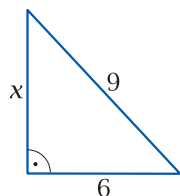
Zapisujemy równość wynikającą z twierdzenia Pitagorasa.

Ponieważ x to długość odcinka, więc rozpatrujemy tylko dodatnie rozwiązanie równania $x^2 = 13$.

$$\sqrt{13} \text{ cm} \approx 3,6 \text{ cm}$$

PRZYKŁAD

Przeciwnprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 9, a jedna z przyprostokątnych ma długość 6. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.



$$x^2 + 6^2 = 9^2$$

$$x^2 + 36 = 81$$

$$x^2 = 45$$

$$x = \sqrt{45}$$

$$x = 3\sqrt{5}$$

Odp. Druga przyprostokątna ma długość $3\sqrt{5}$.

Wykonujemy rysunek pomocniczy; przez x oznaczamy szukaną długość przyprostokątnej.

Zapisujemy równość wynikającą z twierdzenia Pitagorasa.

Znajdujemy dodatnie rozwiązanie równania $x^2 = 45$.

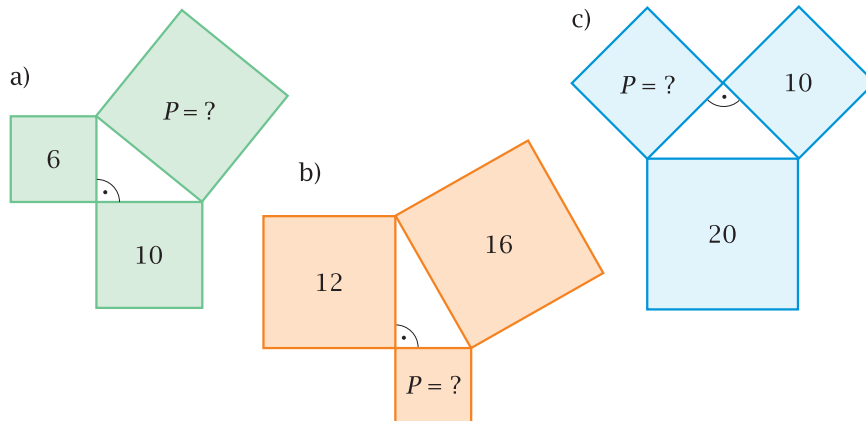
$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5} \approx 6,7$$

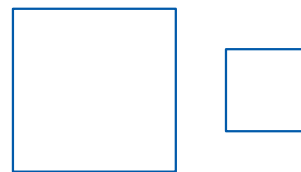
TWIERDZENIE PITAGORASA

Zadania

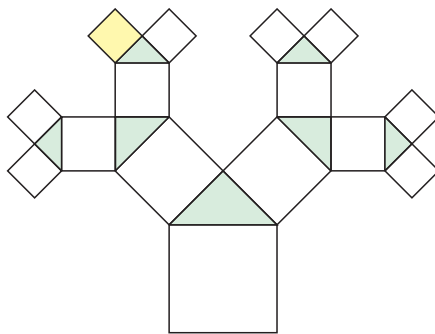
1. Na rysunku podano pola dwóch kwadratów wyrażone w pewnej jednostce. Oblicz pole trzeciego kwadratu.



2. Wyjaśnij, w jaki sposób można skonstruować kwadrat o polu równym:
- sumie pól narysowanych kwadratów,
 - różnicy pól narysowanych kwadratów.



2 s. 268

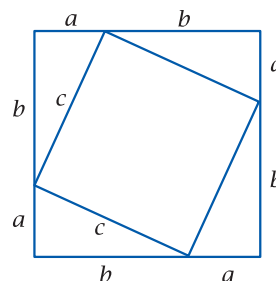


3. Na rysunku obok wszystkie trójkąty są prostokątne i równoramienne.

- Jakie pole ma największy kwadrat, jeśli pole żółtego kwadratu jest równe P ?
- Jaka jest suma pól wszystkich kwadratów, jeśli pole największego kwadratu wynosi S ?

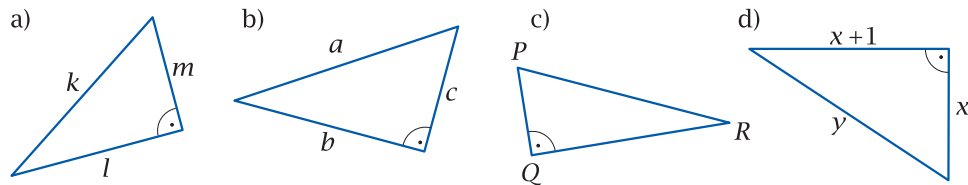
4. Rysunek obok przedstawia kwadrat o boku długości $a + b$, podzielony na cztery jednakowe trójkąty i kwadrat. Korzystając z tego rysunku, uzasadnij twierdzenie Pitagorasa.

Wskazówka. Przedstaw pole dużego kwadratu na dwa sposoby: jako pole kwadratu o boku $a + b$ oraz jako sumę pól figur, na które podzielony jest kwadrat.



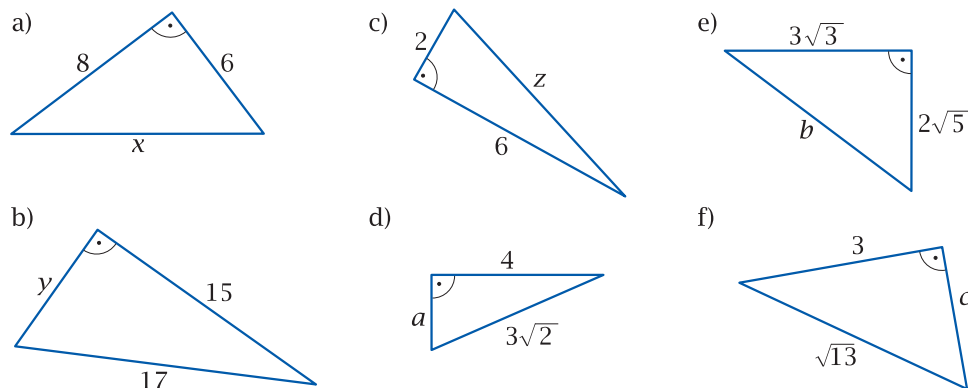
TWIERDZENIE PITAGORASA

5. Zapisz związek między długościami boków narysowanego trójkąta wynikający z twierdzenia Pitagorasa.

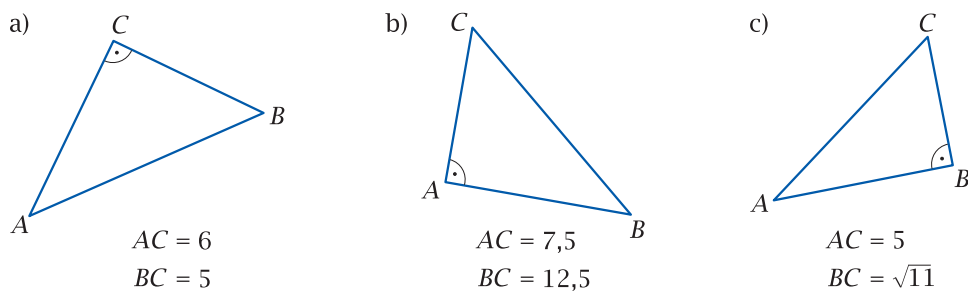


6. Trójkąt KLM jest prostokątny. Ustal, jaką literą jest oznaczony wierzchołek kąta prostego, jeśli zachodzi równość $KL^2 = KM^2 - LM^2$.

7. Oblicz długość odcinka oznaczonego literą.



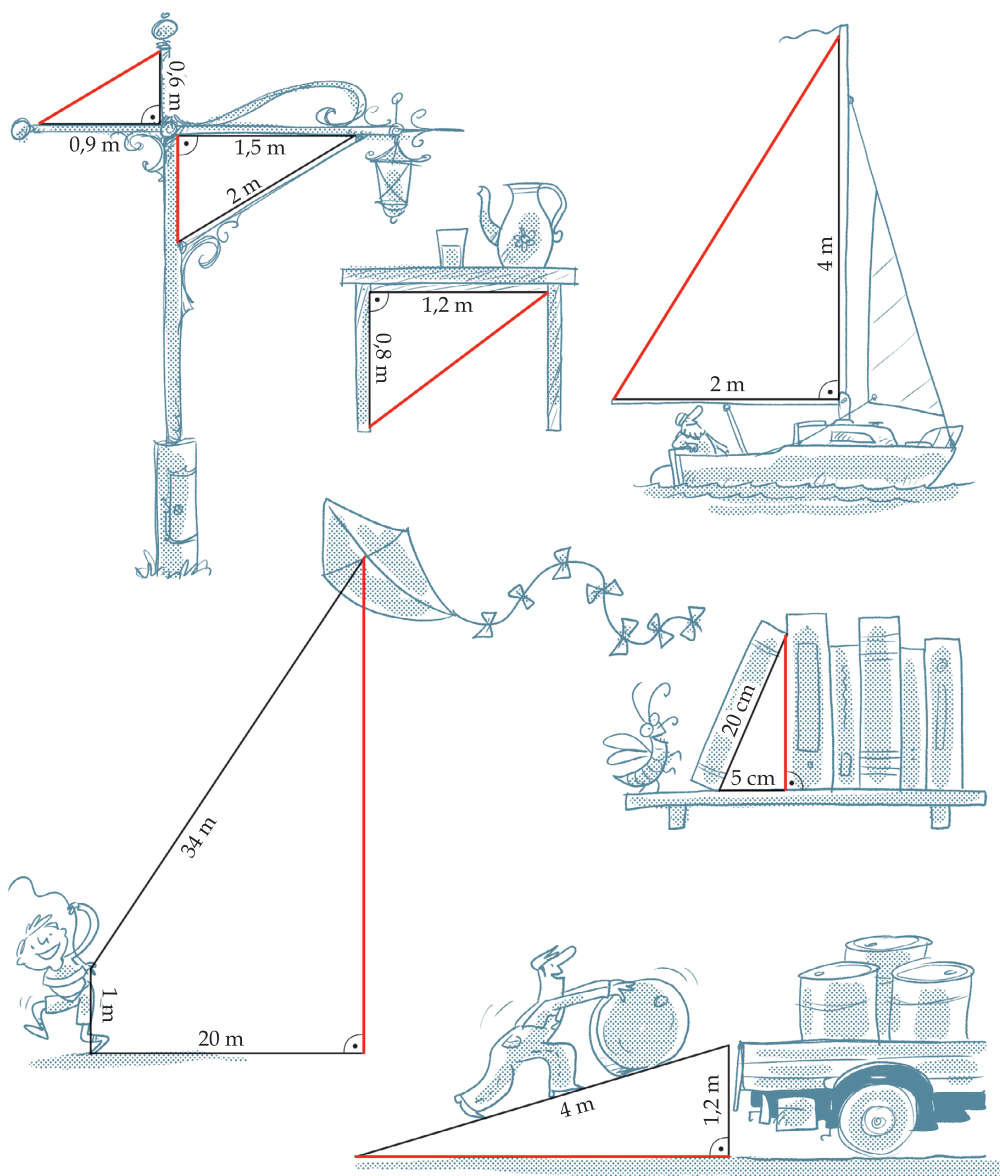
8. Oblicz długość odcinka AB .



9. a) Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 24 i 18. Oblicz długość przeciwprostokątnej.
b) W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma 34 cm, a jedna z przyprostokątnych ma 16 cm. Oblicz długość trzeciego boku.

TWIERDZENIE PITAGORASA

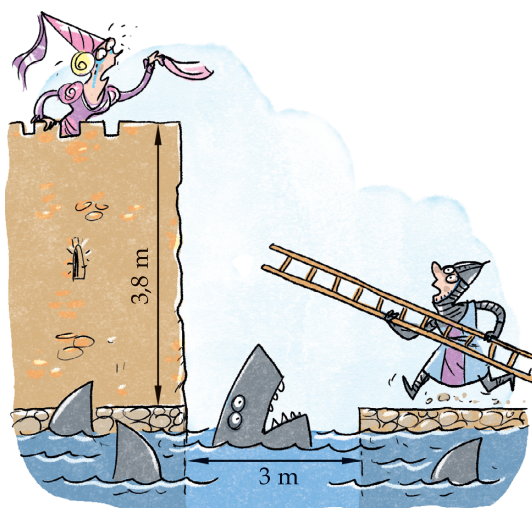
10. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 10, a jedna z przyprostokątnych ma długość $2\sqrt{10}$. Oblicz pole tego trójkąta.
11. Oblicz długości odcinków zaznaczonych czerwonym kolorem. Wyniki zaokrąglaj do części dziesiątych.



12. Statek wypłynął z portu w kierunku wschodnim. Po przepłynięciu 10 mil skręcił i przepłynął 7,5 mili w kierunku południowym. Jak daleko znalazł się od portu?

5,269 9

-
- A map of the study area showing the location of the study site (orange line) and the 10 m scale bar.

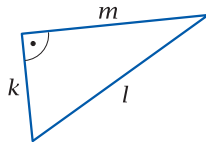


-

- ## PODRĘCZNIK M+ DLA KLASY 7 - FRAGMENTY

TWIERDZENIE PITAGORASA

Sprawdź, czy umiesz

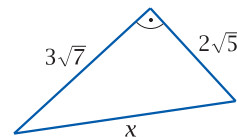
Zadania 1-9, s. 268-269
uzupełniające

1. Przedstawiony na rysunku trójkąt jest prostokątny. Z twierdzenia Pitagorasa wynika, że:

- A. $m^2 = k^2 + l^2$ C. $l^2 = m^2 - k^2$
B. $k^2 = m^2 - l^2$ D. $k^2 = l^2 - m^2$

2. Długość boku trójkąta, na rysunku oznaczonego literą x , jest równa:

- A. $\sqrt{43}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{83}$ D. $5\sqrt{2}$

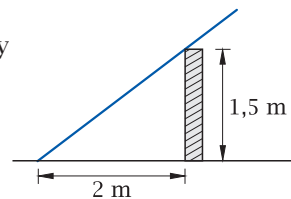


3. Jakie pole ma trójkąt, którego jedna z przyprostokątnych ma długość 4, a przeciwprostokątna ma długość 7?

- A. $2\sqrt{65}$ B. $\sqrt{65}$ C. $4\sqrt{33}$ D. $2\sqrt{33}$

4. Prosty pręt metalowy o długości 4 m jest oparty o mur. Część pręta wystająca ponad mur ma długość:

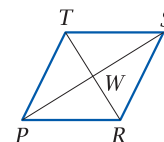
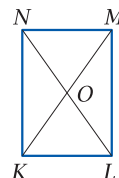
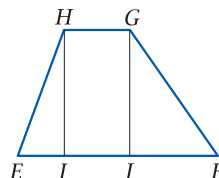
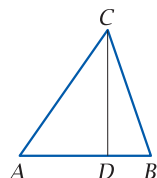
- A. 2 m B. 1,5 m C. 2,5 m D. 1 m



2 Zastosowania twierdzenia Pitagorasa

ĆWICZENIE. Kolejne figury przedstawione na poniższych rysunkach to trójkąt, trapez, prostokąt i romb. Odcinek CD to wysokość trójkąta, a odcinki HI i GJ to wysokości trapezu.

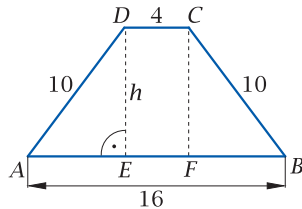
Znajdź w każdej z narysowanych figur jeden trójkąt prostokątny. Zapisz dla tego trójkąta równość wynikającą z twierdzenia Pitagorasa.



ZASTOSOWANIA TWIERDZENIA PITAGORASA

PRZYKŁAD

Oblicz pole trapezu równoramiennego o podstawach długości 4 i 16 oraz ramionach długości 10.



Wykonujemy rysunek; wysokość trapezu oznaczamy literą h .

$$AE = FB = \frac{16 - 4}{2} = 6$$

Obliczamy długości odcinków AE i FB .

$$h^2 + AE^2 = AD^2$$

$$h^2 + 6^2 = 10^2$$

$$h^2 = 64$$

$$h = 8$$

Stosujemy twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta AED .

$$P = \frac{(16 + 4) \cdot 8}{2} = 80$$

Obliczamy pole trapezu.

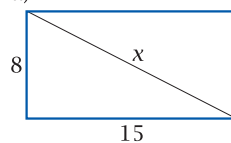
Odp. Pole trapezu jest równe 80.

Zadania

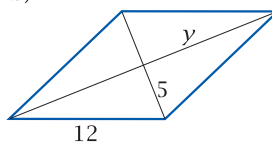
Czworokąty

1. Narysowane czworokąty to prostokąt, romb i równoległobok. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami.

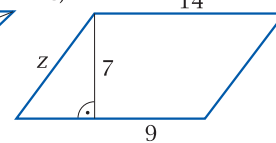
a)



b)



c)

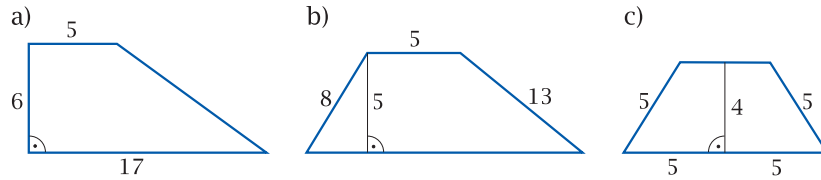


2. a) Jaką długość ma przekątna prostokąta o bokach 5 i 10?
 b) Oblicz długość boku rombu o przekątnych długości 10 i 6.
 c) Oblicz pole prostokąta, którego przekątna ma długość 7 cm, a jeden z boków ma długość $3\sqrt{2}$ cm.
 d) Bok rombu ma długość 13 cm, a jedna z jego przekątnych ma długość 24 cm. Oblicz długość drugiej przekątnej.

s. 269 11

TWIERDZENIE PITAGORASA

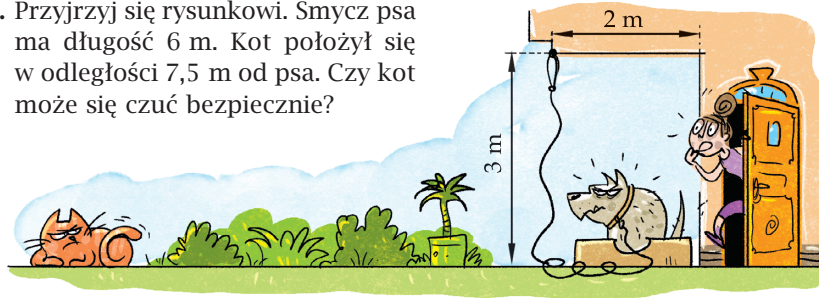
3. Oblicz obwody narysowanych trapezów.



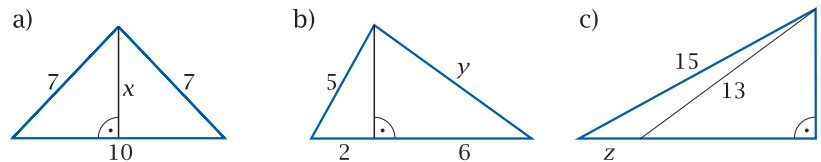
4. Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 11 cm i 27 cm, a długości ramion wynoszą 14 cm. Jaka wysokość ma ten trapez?

13 s. 269

5. Przyjrzyj się rysunkowi. Smycz psa ma długość 6 m. Kot położył się w odległości 7,5 m od psa. Czy kot może się czuć bezpiecznie?

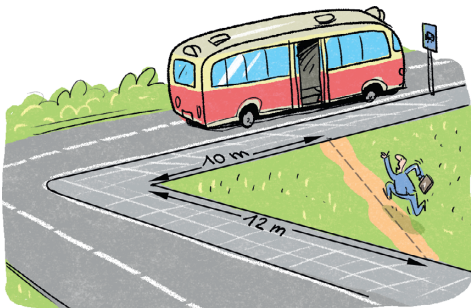

Trójkąty

6. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami.



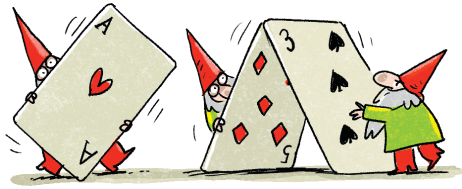
s. 269 14

7. Trójkąt równoramienny ma podstawę długości 12 cm i ramię długości 10 cm. Oblicz jego wysokość opuszczoną na podstawę.



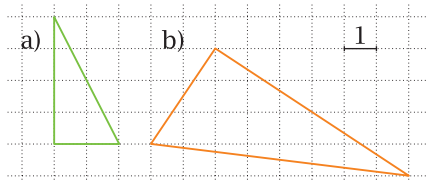
8. Przystanek autobusowy znajduje się przy prostokątnym skwerze (zob. rysunek). Niektórzy pasażerowie skracają sobie drogę do przystanku, niszcząc przy tym trawnik. Załóżmy, że starszy pan spieszący się do autobusu biegnie z prędkością $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ile czasu zaoszczędzi, wybierając drogę przez trawnik?

ZASTOSOWANIA TWIERDZENIA PITAGORASA



9. Typowa karta do gry ma wysokość 9 cm. Aby pojedynczy domek z kart był stabilny, tworzące go karty powinny być rozstawione na około 6 cm. Ile warstw takich domków należy ustawić, by otrzymać konstrukcję o wysokości ponad 1 m?

10. W pewnym trójkącie równoramiennym podstawa ma długość 16 cm, a wysokość do niej poprowadzona jest o 4 cm krótsza od ramienia. Oblicz pole tego trójkąta.



11. Na rysunku przedstawiono trójkąt prostokątny o wierzchołkach w punktach kratowych. Ustal, jakie długości mają wysokości tego trójkąta.

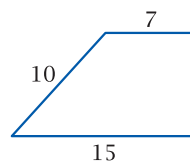
12. W trójkącie równoramiennym podstawa ma długość 10 cm, a ramię 13 cm. Oblicz wysokość tego trójkąta opuszczoną na ramię.

Sprawdź, czy umiesz

Zadania 10–17, s. 269–270
uzupełniające

1. Obwód rombu o przekątnych długości 4 i $8\sqrt{2}$ jest równy:

A. 24 B. 48 C. 20 D. $8\sqrt{7}$

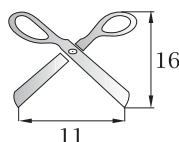


2. Pole trapezu prostokątnego przedstawionego na rysunku obok jest równe:

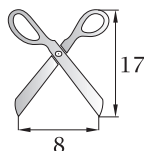
A. 66 B. 77 C. 110 D. 88

3. Które nożyczki są po złożeniu najkrótsze?

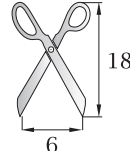
A.



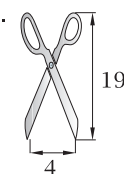
B.



C.



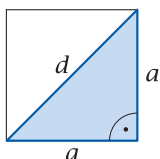
D.



TWIERDZENIE PITAGORASA

3 Przekątna kwadratu. Wysokość trójkąta równobocznego

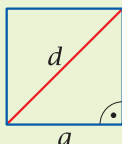
Przyjrzyj się rysunkowi. Przekątna dzieli kwadrat na dwa jednakowe trójkąty prostokątne równoramienne. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, możemy obliczyć długość przekątnej kwadratu.



$$d^2 = a^2 + a^2$$

$$d^2 = 2a^2$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a$$



Długość przekątnej kwadratu:

$$d = a\sqrt{2}$$

a — długość boku kwadratu

ĆWICZENIE A. Oblicz długość przekątnej kwadratu o boku długości:

- a) 1 b) 5 c) $\sqrt{2}$ d) $3\sqrt{2}$

PRZYKŁAD

Przekątna kwadratu ma długość 4. Jaką długość ma bok tego kwadratu?

a — długość boku kwadratu

$$a\sqrt{2} = 4 \quad | : \sqrt{2}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

Stosujemy wzór na długość przekątnej kwadratu.

Wyznaczamy a .

Odp. Bok tego kwadratu ma długość $\frac{4}{\sqrt{2}}$.

Uwaga. Równanie z powyższego przykładu można także rozwiązać w inny sposób:

$$a\sqrt{2} = 4 \quad | \cdot \sqrt{2}$$

$$2a = 4\sqrt{2} \quad | : 2$$

$$a = 2\sqrt{2}$$

Mnożymy obie strony równania przez $\sqrt{2}$.

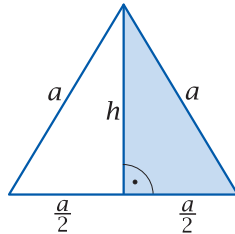
$$a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = a \cdot 2 = 2a$$

Liczba $2\sqrt{2}$ jest równa liczbie otrzymanej w przykładzie, ponieważ:

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

PRZEKĄTNA KWADRATU. WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

Popatrz na poniższy rysunek. Wysokość trójkąta równobocznego dzieli ten trójkąt na dwa jednakowe trójkąty prostokątne. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, możemy obliczyć wysokość trójkąta równobocznego.



$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

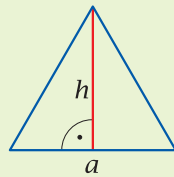
$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3}{4}a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Z otrzymanej równości wynika, że aby obliczyć pole trójkąta równobocznego wystarczy znać długość jego boku.

$$P = \frac{1}{2}a \cdot h = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



Wysokość trójkąta
równobocznego:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

a — długość boku trójkąta równobocznego

Pole trójkąta
równobocznego:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

ĆWICZENIE B. Oblicz wysokość i pole trójkąta równobocznego o boku 4.

PRZYKŁAD

Wysokość trójkąta równobocznego jest równa 7. Jaką długość ma bok tego trójkąta?

a — długość boku trójkąta równobocznego

$$h = 7$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 7 \quad | \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

Stosujemy wzór na długość wysokości trójkąta równobocznego.

Wyznaczamy a .

Odp. Bok trójkąta równobocznego ma długość $\frac{14}{\sqrt{3}}$.

Uwaga. Równanie z powyższego przykładu można rozwiązać w inny sposób:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 7 \quad | \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{3}{2}a = 7\sqrt{3} \quad | \cdot \frac{2}{3}$$

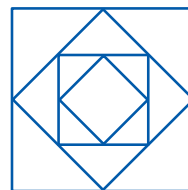
$$a = \frac{14}{3}\sqrt{3}$$

TWIERDZENIE PITAGORASA

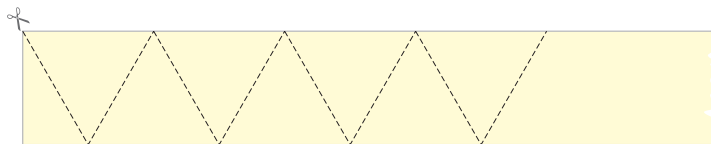
Zadania

1. a) Jaką długość ma przekątna kwadratu o boku $7\sqrt{3}$?
 b) Czy przekątna kwadratu o boku 5 cm jest dłuższa niż 7 cm?
 c) O ile dłuższa jest przekątna kwadratu o boku 5 cm od przekątnej kwadratu o boku 3 cm?
2. a) Oblicz długość boku kwadratu o przekątnej 2.
 b) Jaki obwód ma kwadrat o przekątnej 5?
 c) O ile dłuższy jest bok kwadratu o przekątnej 10 od boku kwadratu o przekątnej 8?

3. Oblicz sumę obwodów kwadratów narysowanych obok, wiedząc, że bok największego kwadratu ma długość 4.



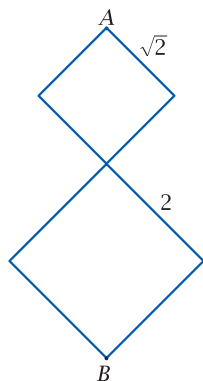
4. Oblicz wysokość trójkąta równobocznego o podanej długości boku.
 a) 12 b) 5 c) $\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{6}$
5. Oblicz pole trójkąta równobocznego o podanej długości boku.
 a) 8 cm b) 10 cm c) $2\sqrt{3}$ cm d) $5\sqrt{2}$ cm
6. a) Oblicz długość boku trójkąta równobocznego o wysokości 4.
 b) Jakie pole ma trójkąt równoboczny o wysokości $5\sqrt{3}$?
 c) Jaką długość ma bok trójkąta równobocznego o polu $\sqrt{3}$?
7. Z paska papieru wycinamy trójkąty równoboczne w sposób pokazany na rysunku.



Ile najwięcej takich trójkątów otrzymamy, gdy pasek ma wymiary $6 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$?

TRÓJKĄTY O KĄTACH $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ ORAZ $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$

Sprawdź, czy umiesz

Zadania 18–21, s. 270
uzupełniające

1. Figura narysowana obok jest zbudowana z dwóch kwadratów. Odległość AB jest równa:

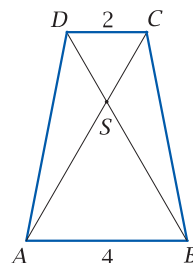
- A. $4\sqrt{2}$ B. $2 + 2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. $2 + \sqrt{2}$

2. Pole trójkąta równobocznego jest równe $9\sqrt{3}$. Zatem bok tego trójkąta ma długość:

- A. 3 B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

3. Trójkąty ABS i DSC są równoboczne. Jakie jest pole trapezu $ABCD$?

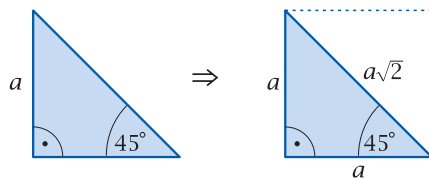
- A. $18\sqrt{3}$ C. $9\sqrt{3}$
B. $4,5\sqrt{3}$ D. $9\sqrt{2}$



4 Trójkąty o kątach $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ oraz $90^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

ĆWICZENIE A. Narysuj kwadrat o boku 5 cm. Zamaluj jeden z trójkątów, na które dzieli ten kwadrat jego przekątna. Jakie kąty ma ten trójkąt? Jakie długości mają jego boki?

Rozważmy trójkąt o kątach 90° i 45° . Trzeci kąt tego trójkąta ma także 45° .

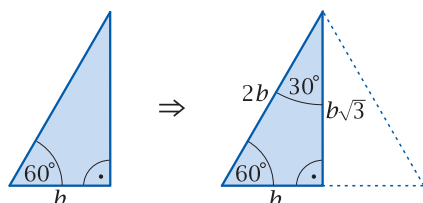


Trójkąt o kątach $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ jest równoramienny i jest połową kwadratu. Jeśli jedna z przyprostokątnych ma długość a , to pozostałe boki mają długości a oraz $a\sqrt{2}$.

TWIERDZENIE PITAGORASA

ĆWICZENIE B. Narysuj trójkąt równoboczny o boku 6 cm oraz jedną z wysokości trójkąta. W ten sposób otrzymasz dwa jednakowe trójkąty. Zamaluj jeden z nich. Jakie kąty ma zamalowany trójkąt? Jakie długości mają boki tego trójkąta?

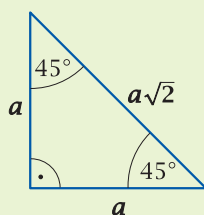
Rozważmy trójkąt o kątach 90° i 60° . Trzeci kąt tego trójkąta ma 30° .



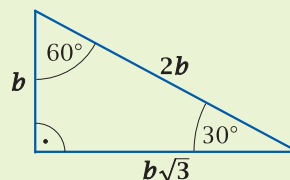
Trójkąt o kątach 90° , 60° , 30° jest połową trójkąta równobocznego, jeśli zatem krótsza z przyprostokątnych rozważanego trójkąta (leżąca naprzeciw kąta 30°) ma długość b , to pozostałe boki mają długości $2b$ oraz $\frac{2b\sqrt{3}}{2} = b\sqrt{3}$.

Pokazaliśmy, jakie są zależności między bokami w trójkątach o kątach 90° , 45° , 45° oraz o kątach 90° , 60° , 30° . W takich trójkątach wystarczy znać długość jednego z boków, aby obliczyć długości pozostałych boków.

Trójkąt o kątach
 90° , 45° , 45°

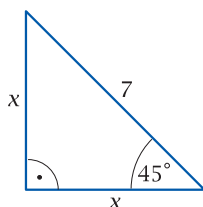


Trójkąt o kątach
 90° , 60° , 30°



PRZYKŁAD

W trójkącie prostokątnym o kącie ostrym 45° przeciwprostokątna ma długość 7. Oblicz długości pozostałych boków tego trójkąta.



$$x\sqrt{2} = 7$$

Jeśli x oznacza długość przyprostokątnej, to przeciwprostokątna jest równa $x\sqrt{2}$.

$$x = \frac{7}{\sqrt{2}}$$

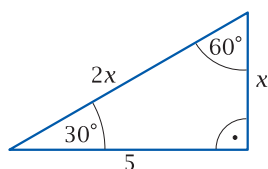
Obliczamy długość przyprostokątnej.

Odp. Przyprostokątne trójkąta mają długość $\frac{7}{\sqrt{2}}$.

TRÓJKĄTY O KĄTACH $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ ORAZ $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$

PRZYKŁAD

W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych ma miarę 60° , a dłuższa przyprostokątna ma długość 5. Oblicz długość przeciwprostokątnej.



Dłuższa przyprostokątna trójkąta leży na przeciw kąta 60° ; oznaczamy literą x długość krótszej przyprostokątnej, wobec tego przeciwprostokątna ma długość $2x$.

$$x\sqrt{3} = 5$$

Dłuższa przyprostokątna ma długość $x\sqrt{3}$.

$$x = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

Obliczamy długość drugiej przyprostokątnej.

$$2x = 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

Obliczamy długość przeciwprostokątnej.

Odp. Przeciwprostokątna ma długość $\frac{10}{\sqrt{3}}$.

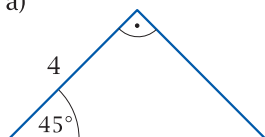
Uwaga. Wyniki z przykładów można też zapisać tak, aby w mianowniku nie występował pierwiastek.

$$\frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2} \quad \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

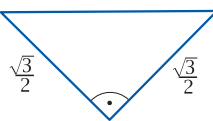
Zadania

1. Oblicz obwód narysowanego trójkąta.

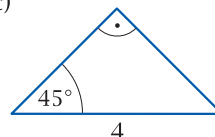
a)



b)

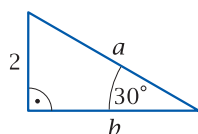


c)

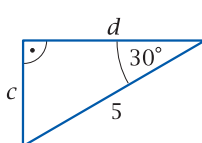


2. Podaj długości boków oznaczonych literami.

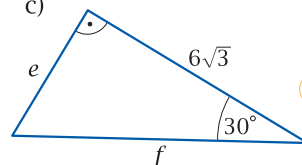
a)



b)



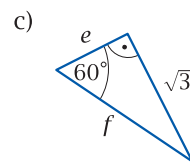
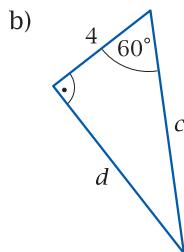
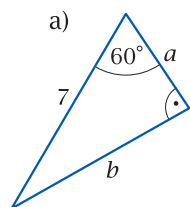
c)



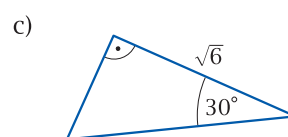
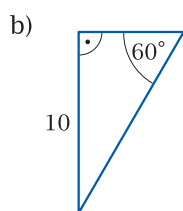
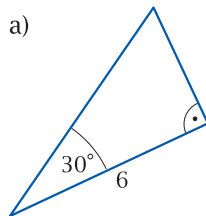
22 s. 270

TWIERDZENIE PITAGORASA

3. Podaj długości boków oznaczonych literami.



4. Oblicz brakujące długości boków w narysowanym trójkącie.

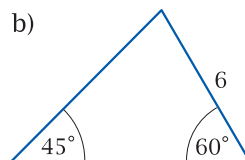
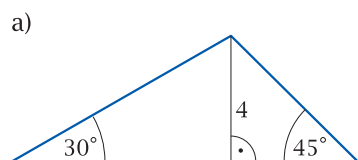


23 s. 270

5. W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych ma miarę 30° . Oblicz obwód tego trójkąta, wiedząc, że:

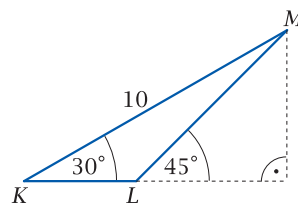
- krótsza przyprostokątna ma długość 2,
- dłuższa przyprostokątna ma długość 2,
- przeciwprostokątna ma długość 2.

6. Oblicz obwody narysowanych trójkątów.



7. W trójkącie ABC wysokość CD wynosi 8. Kąt ABC ma miarę 60° , a kąt BAC ma 45° . Oblicz obwód tego trójkąta.

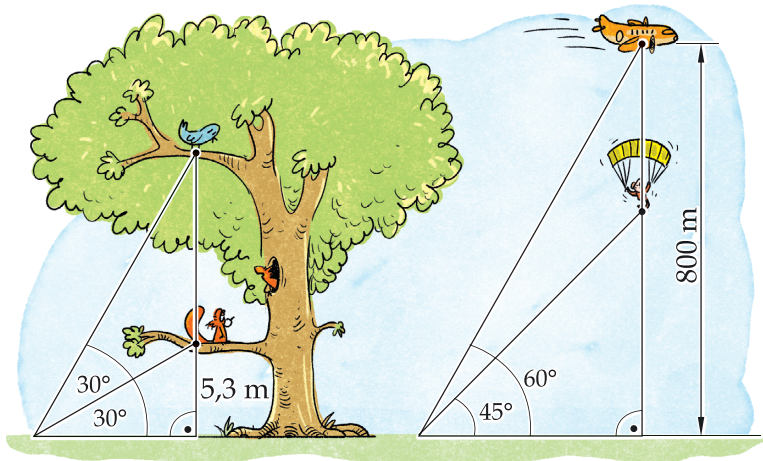
8. Oblicz pole trójkąta KLM przedstawionego na rysunku obok.



9. Kąt ostry rombu ma 60° , a dłuższa przekątna ma 8 cm. Oblicz długość boku tego rombu.

TRÓJKĄTY O KĄTACH $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ ORAZ $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$

10. Korzystając z rysunku, ustal odpowiedź na pytanie. Wynik zaokrąglaj do pełnych metrów.



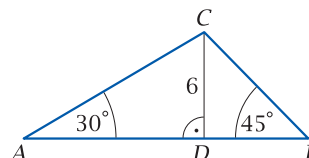
- a) Jak wysoko nad ziemią siedzi ptak?
b) Na jakiej wysokości nad ziemią znajduje się spadochroniarz?

11. Krótsza podstawa trapezu prostokątnego ma długość 2 cm, dłuższe ramię — 4 cm, a kąt ostry ma miarę 60° . Oblicz obwód tego trapezu.

Sprawdź, czy umiesz

Zadania 22–25, s. 270
uzupełniające

- Trójkąt prostokątny równoramienny ma ramię długości 4 cm. Wysokość tego trójkąta opuszczona na przeciwprostokątną wynosi:
A. $\frac{4}{\sqrt{2}}$ cm B. $4\sqrt{2}$ cm C. 2 cm D. 4 cm
- W trójkącie prostokątnym dłuższa przyprostokątna ma długość 12, a jeden z kątów ma miarę 30° . Zatem pozostałe boki tego trójkąta mają długości:
A. 24 i $12\sqrt{3}$ B. 6 i $6\sqrt{3}$ C. $\frac{12}{\sqrt{3}}$ i $\frac{24}{\sqrt{3}}$ D. 4 i 8
- Jakie pole ma trójkąt ABC?
A. 54 B. $18\sqrt{3} + 18$ C. $36 + 36\sqrt{3}$ D. $18\sqrt{3} + 18\sqrt{2}$

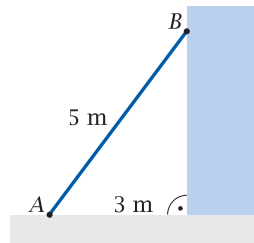


Przedklasówką

ZADANIE 1

Drabina ma długość 5 m i jest oparta o ścianę tak, że jej podstawa (punkt A) jest oddalona od ściany o 3 m, tak jak na rysunku. Jeśli podstawę drabiny odsunie się od ściany o dodatkowe 0,5 m, to o ile centymetrów przesunie się w dół drugi koniec drabiny (punkt B)?

- A. około 25 cm C. około 50 cm
B. około 43 cm D. około 57 cm



ZADANIE 2

W trójkącie prostokątnym PQR kąt przy wierzchołku Q jest prosty oraz $PR = q$, $PQ = r$ i $QR = p$. Oceń prawdziwość równości.

$p^2 = q^2 - r^2$	P	F
$r^2 = q^2 - p^2$	P	F
$q^2 = p^2 - r^2$	P	F

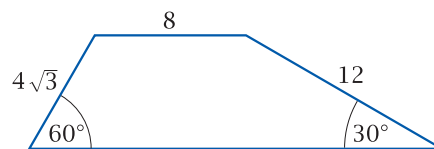
ZADANIE 3

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 4 i 8. Oblicz wysokość tego trójkąta opuszczoną na przeciwprostokątną.

ZADANIE 4

Pole trapezu przedstawionego na rysunku jest równe:

- A. $72\sqrt{3}$ C. $48 + 24\sqrt{3}$
B. $28 + 12\sqrt{3}$ D. $84 + 12\sqrt{3}$



ZADANIE 5

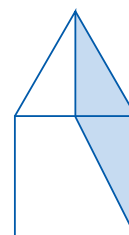
Na bokach trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnej a zbudowano trójkąty równoboczne. Jakie jest pole otrzymanego w ten sposób sześciokąta?

- A. $a^2\sqrt{3}$ B. $2a^2\sqrt{3}$ C. $\frac{a^2}{2} + a^2\sqrt{3}$ D. $\frac{a^2}{2} + 2a^2\sqrt{3}$

ZADANIE 6

Pięciokąt przedstawiony na rysunku jest zbudowany z kwadratu i trójkąta równobocznego o boku długości 2. Jaki obwód ma zacieniowany czworokąt?

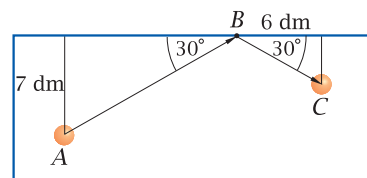
- A. $6 + \sqrt{5}$ C. $4 + \sqrt{3} + \sqrt{5}$
B. $2 + 2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$



TWIERDZENIE PITAGORASA

ZADANIE 7

Uderzona kula bilardowa potoczyła się z punktu A w kierunku bandy, odbiła się w punkcie B i znalazła w punkcie C (zobacz rysunek). Oceń prawdziwość zdań.

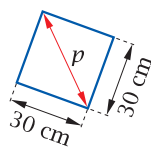


Kula z punktu B do punktu C przebyła drogę krótszą niż 65 cm.	P	F
Kula z punktu A do punktu C przebyła drogę dłuższą niż 20 dm.	P	F
Odległość kuli w punkcie C od bliższej bandy jest mniejsza niż 40 cm.	P	F

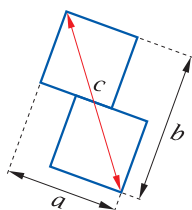
ZADANIE 8

Przyjrzyj się rysunkom i fotografii. Każdy taboret widziany z góry ma kształt kwadratu o boku długości 30 cm. Kolejne taborety dostawiane są tak, aby każdy kolejny stykał się połową jednego boku z poprzednim taboretom. Na rysunkach przedstawiono widok z góry tak ustawionych taboretów. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami p , a , b , c , x , y , z , m .

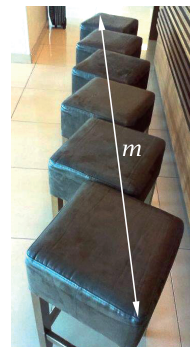
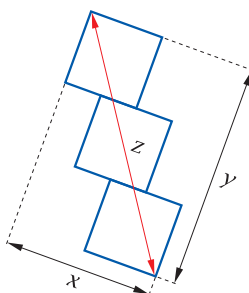
Jeden taboret



Dwa taborety



Trzy taborety



ZADANIE 9

Oblicz pole trójkąta, którego wierzchołki są środkami boków trójkąta równobocznego o boku długości 8.

ZADANIE 10

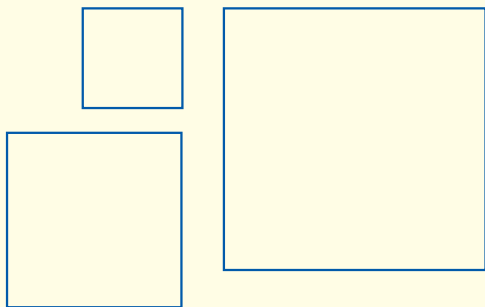
Trapez przedstawiony na rysunku obok zbudowano z kwadratu, trójkąta prostokątnego równoramiennego oraz trójkąta o kątach 90° , 60° , 30° . Dłuższe ramię trapezu ma długość 10. Oblicz obwód tego trapezu.



Zadania uzupełniające

Twierdzenie Pitagorasa

1. Pole kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego jest równe 20, a pole kwadratu zbudowanego na jednej z przyprostokątnych jest równe 4. Jakie pole ma kwadrat zbudowany na drugiej przyprostokątnej? Jaki obwód ma ten trójkąt?
2. Skonstruuj kwadrat, którego pole jest równe sumie pól trzech kwadratów narysowanych poniżej.



3. Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego ma długość 6 i jest dwa razy krótsza od przeciwprostokątnej. Oblicz obwód tego trójkąta.

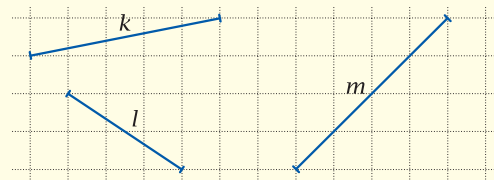
4. Trójkąt o bokach długości 3, 4 i 5 to przykład trójkąta prostokątnego, którego długości boków są liczbami naturalnymi. W tabeli podano niektóre długości boków czterech trójkątów prostokątnych o tej samej własności. Przerysuj i uzupełnij tę tabelkę.

	I	II	III	IV
przyprostokątna	6		8	
przyprostokątna	8	12		40
przeciwprostokątna		13	17	41

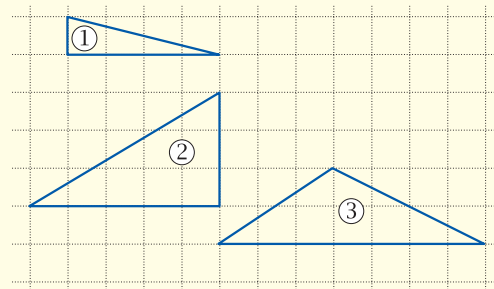
5. Dwa boki trójkąta prostokątnego mają długości 10 cm i 20 cm. Jaką długość może mieć trzeci bok?

6. W trójkącie prostokątnym dwa boki mają długości 16 i 20. Trzeci bok też jest liczbą naturalną. Znajdź długość tego boku.

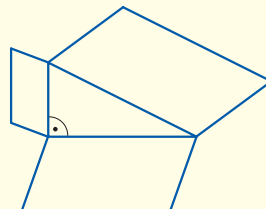
7. a) Przyjmij, że bok kratki ma długość 1. Końce narysowanych odcinków są punktami kratowymi. Oblicz długości tych odcinków.



- b) Przyjmij, że bok kratki ma długość 1. Narysowane trójkąty mają wierzchołki w punktach kratowych. Oblicz ich obwody.



- * 8. Na bokach trójkąta prostokątnego zbudowano romby takie, że w każdym z nich wysokość jest równa połowie boku. Uzasadnij, że suma pól dwóch mniejszych rombów jest równa polu największego rombu.



TWIERDZENIE PITAGORASA

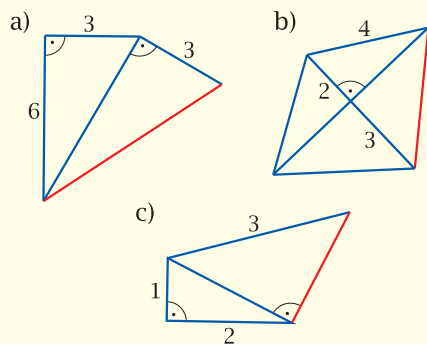
9. Uczestnik letniego biegu na orientację przebiegł 500 m w kierunku północno-wschodnim, a następnie skręcił na północny zachód i przebiegł 200 m. W jakiej odległości od startu się znalazł?



Zastosowania twierdzenia Pitagorasa

Czworokąty

10. Oblicz długość odcinka oznaczonego czerwonym kolorem.



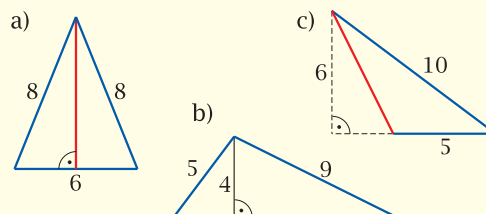
11. Obwód rombu jest równy 60 cm, a jedna z jego przekątnych ma długość 10 cm. Oblicz pole tego rombu.

12. Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 4 cm i 20 cm, a jego wysokość ma 6 cm. Oblicz obwód tego trapezu.

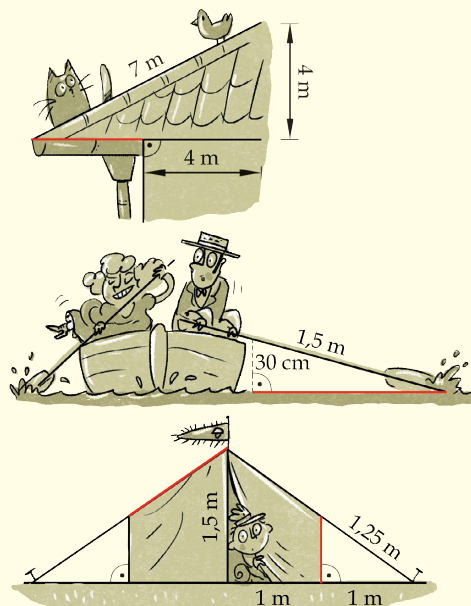
13. Boki trapezu równoramiennego mają długości 24 cm, 15 cm, 15 cm i 6 cm. Oblicz pole tego trapezu.

Trójkąty

14. Oblicz długość odcinka zaznaczonego czerwonym kolorem.



15. Oblicz długości odcinków zaznaczonych czerwonym kolorem. Wyniki zaokrąglaj do części setnych metra.



16. Jak wysoko sięga drabina o długości 3 m, rozstawiona na szerokość 2 m?



TWIERDZENIE PITAGORASA

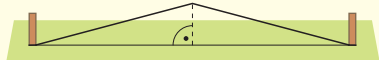
17. Do kołków oddalonych o 5 m, w miejscach przylegających do podłoża jest przywiązana lina o długości 5,20 m (rysunek 1).

rysunek 1



Linę naprężono podnosząc ją w środku (rysunek 2). Na jaką odległość od podłoża uniesiono środek liny?

rysunek 2



**Przekątna kwadratu.
Wysokość trójkąta równobocznego**

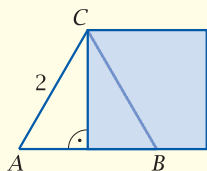
18. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego równoramiennego ma długość 10 cm. Oblicz pole i obwód tego trójkąta.

19. Z trzech trójkątów równobocznych zbudowano trapez o polu $12\sqrt{3}$. Jaka jest wysokość tego trapezu? Oblicz obwód tego trapezu.

20. a) Kwadrat i trójkąt równoboczny mają takie same obwody równe 12 cm. Czy przekątna kwadratu jest dłuższa od wysokości trójkąta?

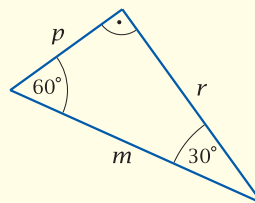
b) Przekątna kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego mają jednakową długość równą 3 cm. Czy pole kwadratu jest większe od pola trójkąta?

21. Trójkąt ABC przedstawiony na rysunku jest równoboczny. Jaki obwód ma zacieniowany kwadrat?



**Trójkąty o kątach $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$
oraz $90^\circ, 30^\circ, 60^\circ$**

22. W trójkącie o kątach $90^\circ, 60^\circ$ i 30° boki oznaczono literami p, r i m .

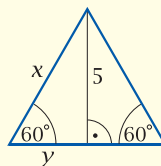


Oblicz długości pozostałych boków, jeśli wiadomo, że:

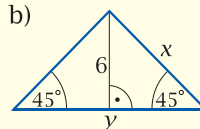
- a) $p = 8$,
- b) $r = \sqrt{3}$,
- c) $m = 20$.

23. Oblicz długości odcinków x i y .

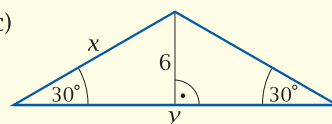
a)



b)



c)



24. Ruszając z punktu położonego na wysokości 1000 m n.p.m., jedziemy 1 km pod górę drogą nachyloną do poziomu pod stałym kątem 30° . Na jaką wysokość względem poziomu morza wjedziemy?

25. W trapezie kąty przy dłuższej podstawie mają miary 30° i 45° . Dłuższa podstawa ma długość 16, a wysokość trapezu jest równa 3. Jaki obwód ma ten trapez?

Poznaj fragmenty *Zeszytu ćwiczeń* oraz *Zeszytu ćwiczeń podstawowych* dla klasy 7 szkoły podstawowej opracowane do wybranych tematów z rozdziału *Twierdzenie Pitagorasa*.



Zeszyt ćwiczeń

Szczególnej uwadze polecamy moduł *Sprawdź, co było na egzaminie*, czyli zestaw zadań egzaminacyjnych CKE.

Zobacz na stronie 33

Zeszyt ćwiczeń podstawowych
Sprawdź moduł *Poćwicz przed egzaminem* zawierający zadania typu egzaminacyjnego.

Zobacz na stronie 41



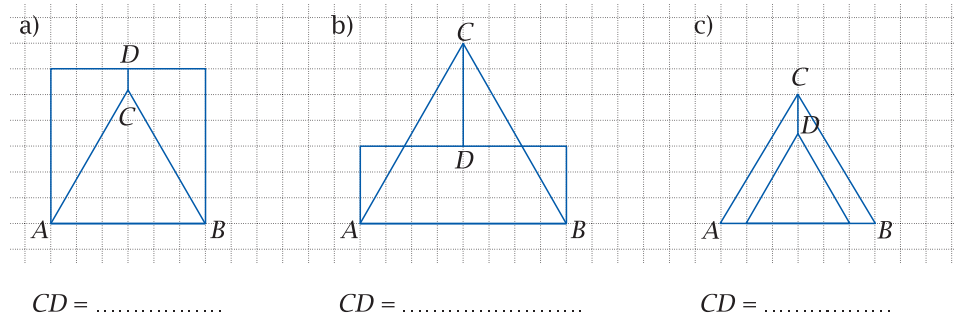
PRZEKĄTNA KWADRATU. WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

1. Uzupełnij tabelkę.

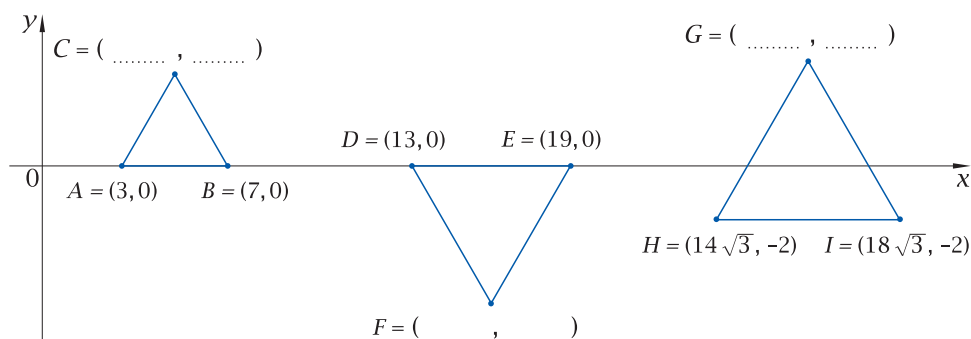
a)	Długość boku kwadratu (w cm)	5	$2\sqrt{2}$				
	Długość przekątnej kwadratu (w cm)					$7\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$
	Pole kwadratu (w cm^2)			36	10		

b)	Długość boku trójkąta równobocznego (w cm)	4	$2\sqrt{3}$				
	Wysokość trójkąta równobocznego (w cm)			$\sqrt{3}$	6		
	Pole trójkąta równobocznego (w cm^2)					$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$9\sqrt{3}$

2. Wszystkie trójkąty ostrokątne widoczne na poniższych rysunkach są równoboczne. Bok kratki ma długość 1. Jaką długość ma odcinek CD ?

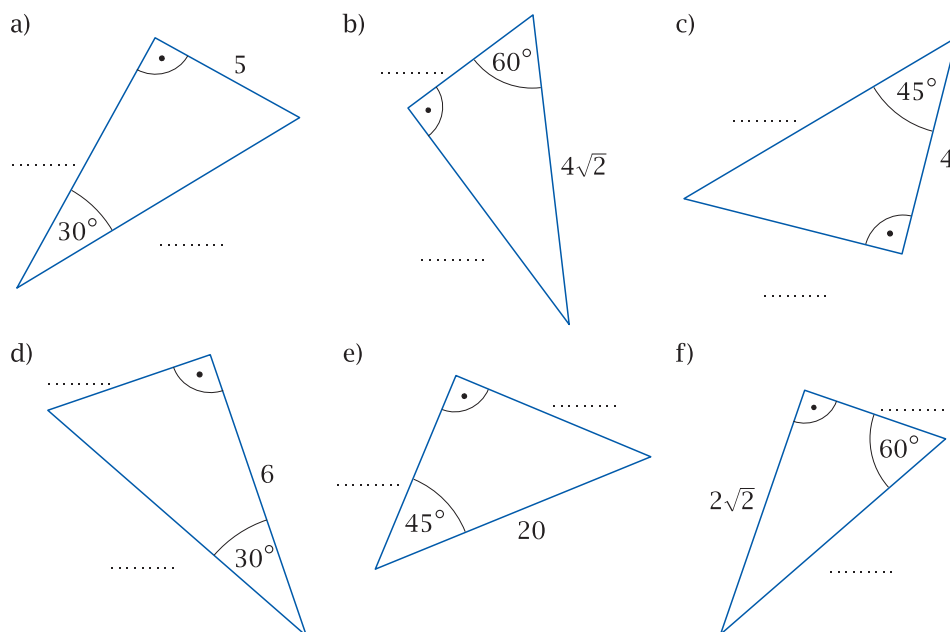


* 3. Narysowane w układzie współrzędnych trójkąty są równoboczne. Wpisz brakujące współrzędne punktów.

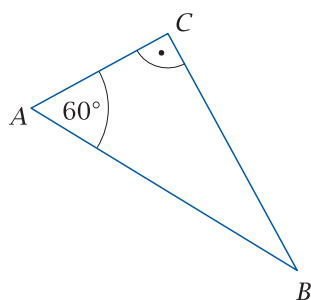


TRÓJKĄTY O KĄTACH $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ ORAZ $90^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

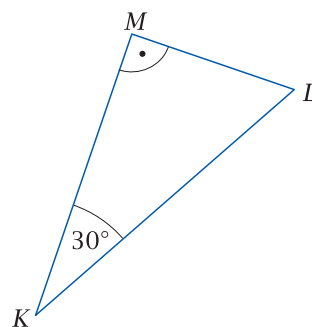
1. Wpisz, jakie długości mają dwa pozostałe boki trójkąta.



2. Uzupełnij kolejne kolumny krerek, przyjmując, że podana liczba to długość odpowiedniego boku trójkąta.



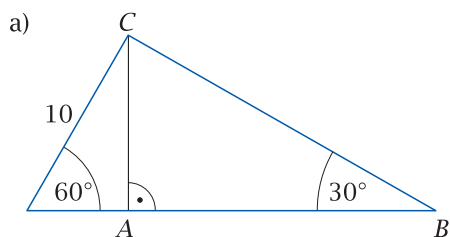
AB			6
BC		6	
AC	6		



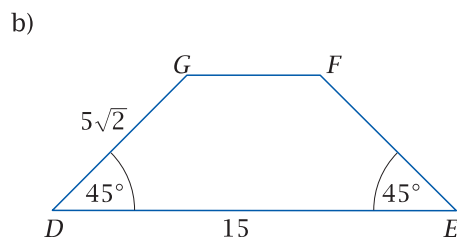
KL	18		
LM			8
KM		12	

TWIERDZENIE PITAGORASA 63

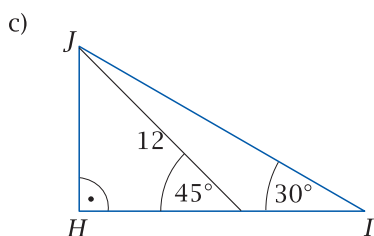
3. Oblicz długości odcinków potrzebne do wyznaczenia obwodu wskazanego wielokąta. Wpisz te długości przy odpowiednich odcinkach. Oblicz obwód wielokąta.



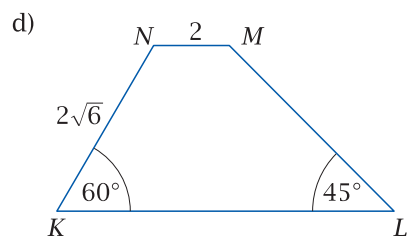
Obwód trójkąta $ABC = \dots\dots\dots$



Obwód trapezu $DEFG = \dots\dots\dots$



Obwód trójkąta $HIJ = \dots\dots\dots$



Obwód trapezu $KLMN = \dots\dots\dots$

4. W tabeli podano niektóre informacje o trójkątach. Wierzchołki tych trójkątów oznaczono literami A , B oraz C . Uzupełnij tę tabelę.

	$\sphericalangle ACB$	$\sphericalangle BAC$	$\sphericalangle CBA$	AB	AC	BC
Trójkąt 1	90°		30°			4
Trójkąt 2	45°	45°		$\sqrt{2}$		
Trójkąt 3			45°		3	3
Trójkąt 4		90°			1	2
Trójkąt 5	60°		90°	3		
Trójkąt 6		60°		3	6	
Trójkąt 7		90°		$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	
Trójkąt 8	90°			$2\sqrt{2}$		2

Sprawdź, co było na egzaminie

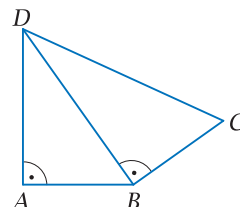
ZADANIE 1

Na rysunku przedstawiono czworokąt zbudowany z dwóch trójkątów prostokątnych. Dane są długości boków $|AB| = |BC| = 1$ oraz $|AD| = \sqrt{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku CD jest równa

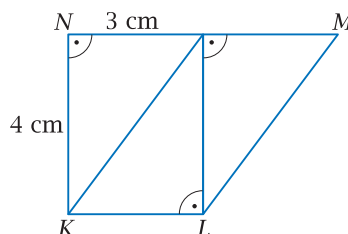
- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{2}$



ZADANIE 2

Na rysunku przedstawiono trapez $KLMN$ zbudowany z trzech jednakowych trójkątów prostokątnych o przyprostokątnych długości 3 cm i 4 cm.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

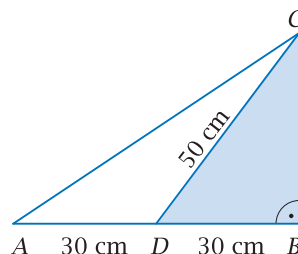


Pole trapezu $KLMN$ jest równe 18 cm^2 .	P	F
Obwód trapezu $KLMN$ jest równy 18 cm.	P	F

ZADANIE 3

Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na środku boku AB zaznaczono punkt D . Następnie poprowadzono odcinek DC , dzielący trójkąt ABC na dwa trójkąty ADC i DBC . Ponadto $|AD| = |DB| = 30 \text{ cm}$ oraz $|DC| = 50 \text{ cm}$ (zobacz rysunek).

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.



Pole trójkąta DBC jest równe 600 cm^2 .	P	F
Pole trójkąta ABC jest dwa razy większe od pola trójkąta ADC .	P	F

ZADANIE 4

Bok rombu ma długość 17 cm, a jedna z jego przekątnych ma długość 30 cm.

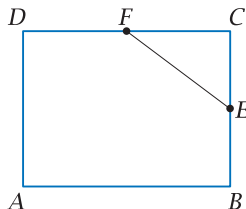
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego rombu jest równe

- A. 120 cm^2 B. 240 cm^2 C. 255 cm^2 D. 480 cm^2

ZADANIE 5

W prostokącie $ABCD$ punkty E i F są środkami boków BC i CD (zobacz rysunek). Długość odcinka EC jest równa 6 cm, a długość odcinka EF jest równa 10 cm.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód prostokąta $ABCD$ jest równy

- A. 64 cm B. 56 cm C. 40 cm D. 28 cm

ZADANIE 6

Kąt ostry rombu ma miarę 60° , a bok tego rombu ma długość równą 4 cm.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

Krótsza przekątna dzieli ten romb na dwa trójkąty równoboczne.	P	F
Pole tego rombu jest równe $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$.	P	F

ZADANIE 7

Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 10 cm. W tym trójkącie poprowadzono wysokość CD .

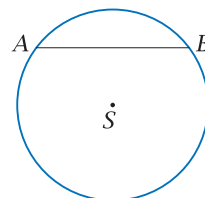
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trójkąta ADC jest równy

- A. $10\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $20\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $(5 + 5\sqrt{3}) \text{ cm}$ D. $(15 + 5\sqrt{3}) \text{ cm}$

ZADANIE 8

W okręgu o środku S i promieniu 5 cm narysowano cięciwę AB o długości 8 cm.



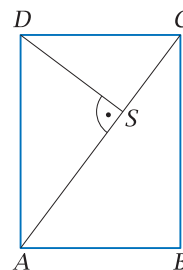
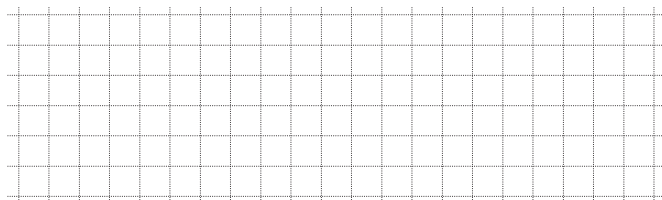
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

Odległość punktu S od cięciwy AB jest równa 3 cm.	P	F
Obwód trójkąta ASB jest równy 16 cm.	P	F

ZADANIE 9

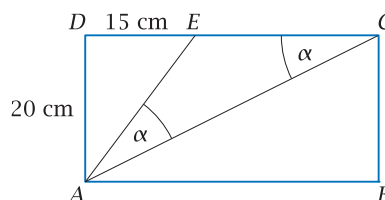
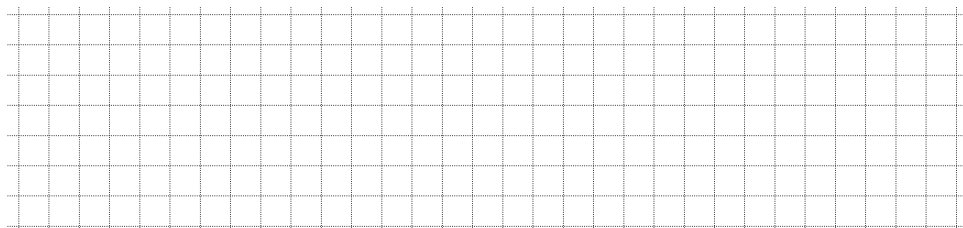
Dany jest prostokąt $ABCD$ o wymiarach 12 cm i 16 cm. Odcinek AC jest przekątną tego prostokąta. Odcinek DS jest wysokością trójkąta ACD (patrz rysunek).

Oblicz długość odcinka DS . Zapisz obliczenia.

**ZADANIE 10**

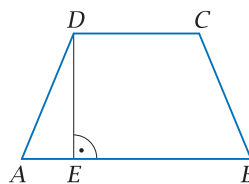
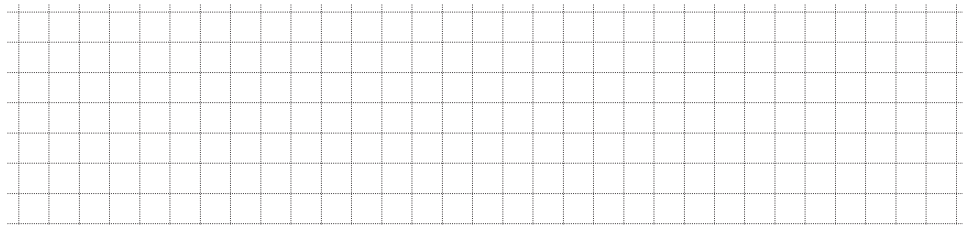
Prostokąt $ABCD$ podzielono na trzy trójkąty: AED , ACE , ABC (zobacz rysunek). Na rysunku podano również długości dwóch boków trójkąta AED oraz zaznaczono dwa kąty trójkąta ACE , o takiej samej mierze α .

Oblicz pole trapezu $ABCE$. Zapisz obliczenia.

**ZADANIE 11**

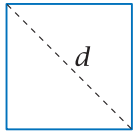
Na rysunku przedstawiono trapez równoramienny $ABCD$, w którym $|AD| = |BC| = 13$ cm. Wysokość DE oraz krótsza podstawa CD mają długość po 12 cm.

Oblicz pole trapezu $ABCD$. Zapisz obliczenia.



3 Przekątna kwadratu. Wysokość trójkąta równobocznego

1. Narysuj przekątną kwadratu o boku długości a i oblicz jej długość.



$$a = \sqrt{6}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{12}$$

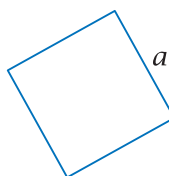
$$d = 2\sqrt{3}$$
a) $a = 5$ 

.....

.....

.....

.....

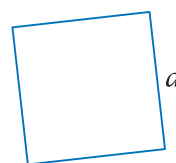
b) $a = 2\sqrt{2}$ 

.....

.....

.....

.....

c) $a = \sqrt{11}$ 

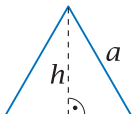
.....

.....

.....

.....

2. Narysuj wysokość trójkąta równobocznego o boku długości a i oblicz jej długość.

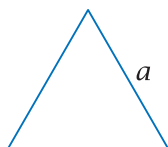


$$a = \sqrt{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{\sqrt{18}}{2}$$

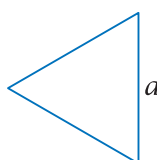
$$h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$
a) $a = 4$ 

.....

.....

.....

.....

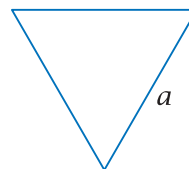
b) $a = 2\sqrt{3}$ 

.....

.....

.....

.....

c) $a = \sqrt{15}$ 

.....

.....

.....

.....

3. Oblicz długość a boku kwadratu, którego przekątna ma długość d .

$$d = 10$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = 10 \quad | : \sqrt{2}$$

$$a = \frac{10}{\sqrt{2}}$$
a) $d = 6$

.....

.....

.....

.....

b) $d = \sqrt{3}$

.....

.....

.....

.....

c) $d = 7\sqrt{2}$

.....

.....

.....

.....

PRZEKĄTNA KWADRATU. WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

4. Oblicz długość a boku trójkąta równobocznego, którego wysokość ma długość h .

$$h = 12$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 12 \quad | \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

a) $h = 3$

.....

b) $h = \sqrt{2}$

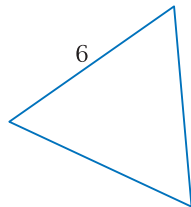
.....

c) $h = 7\sqrt{3}$

.....

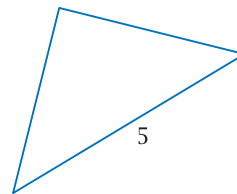
5. Oblicz pole trójkąta.

a) trójkąt równoboczny



.....

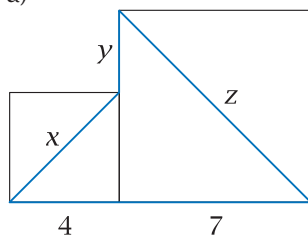
b) trójkąt prostokątny równoramienny



.....

6. Oblicz obwód wielokąta zaznaczonego niebieską linią.

a)



$$x = \dots\dots\dots$$

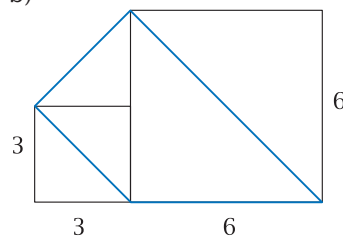
$$y = \dots\dots\dots$$

$$z = \dots\dots\dots$$

$$\text{Obwód} = \dots\dots\dots$$

.....

b)



$$x = \dots\dots\dots$$

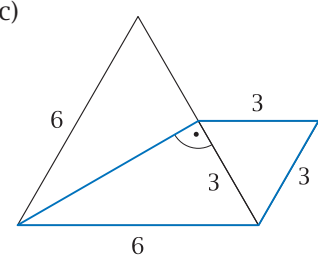
$$y = \dots\dots\dots$$

$$z = \dots\dots\dots$$

$$\text{Obwód} = \dots\dots\dots$$

.....

c)



$$x = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

$$z = \dots\dots\dots$$

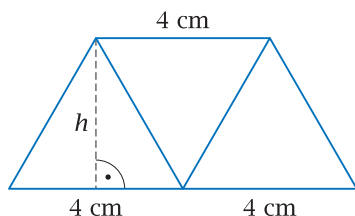
$$\text{Obwód} = \dots\dots\dots$$

.....

PRZEKĄTNA KWADRATU. WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

7. Oblicz pole czworokąta. Skorzystaj z jednej z przedstawionych metod.

a) Pewien trapez równoramienny można podzielić na trzy takie same trójkąty równoboczne o boku długości 4 cm.


METODA 1

Korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego:

$$h = \frac{4\sqrt{3}}{2} = \dots\dots\dots$$

Korzystamy ze wzoru na pole trapezu:

$$P = \frac{1}{2} \cdot (4 + 8) \cdot \dots\dots\dots$$

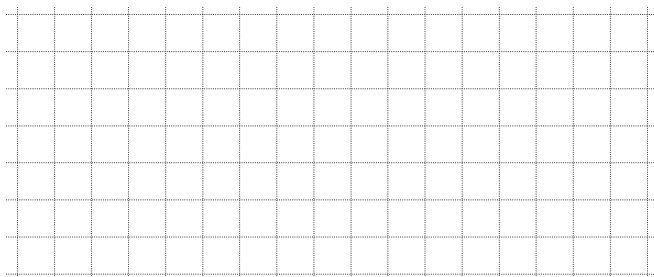
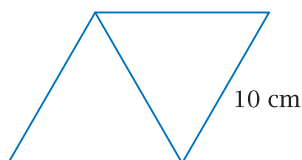
METODA 2

Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta równobocznego:

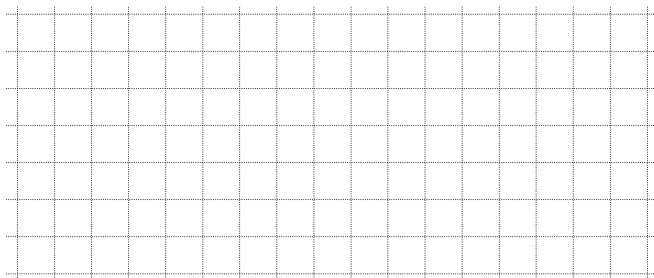
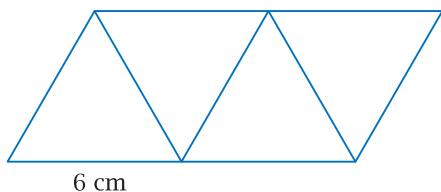
$$P_{\Delta} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \dots\dots\dots$$

$$P = 3 \cdot P_{\Delta} = \dots\dots\dots$$

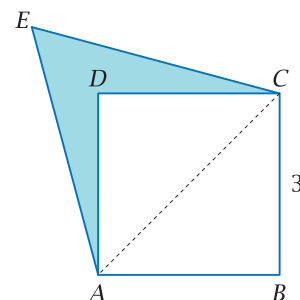
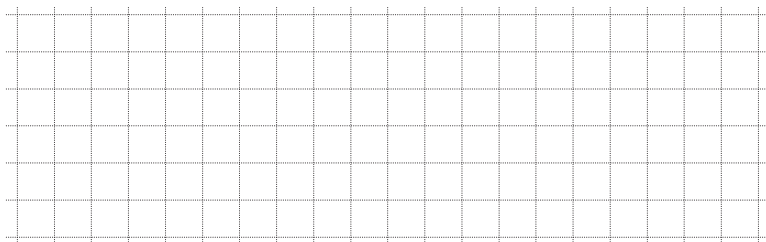
b) Jedna z przekątnych pewnego rombu dzieli go na dwa takie same trójkąty równoboczne o boku długości 10 cm.



c) Pewien równoległobok można podzielić na cztery takie same trójkąty równoboczne o boku długości 6 cm.

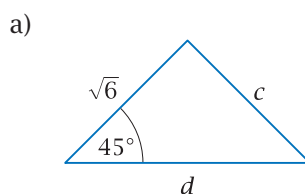
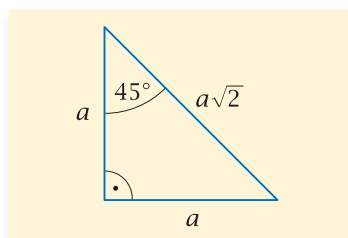


8. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem, a trójkąt ACE jest równoboczny. Oblicz pole zacieniowanej figury.

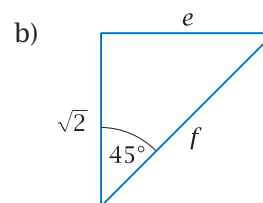


4 Trójkąty o kątach 90° , 45° , 45° oraz 90° , 30° , 60°

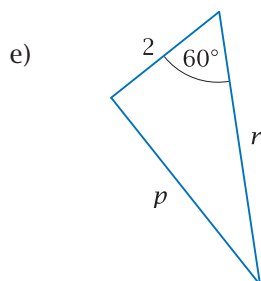
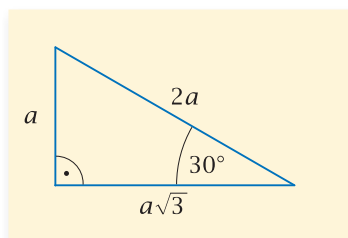
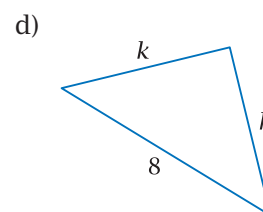
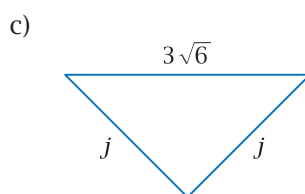
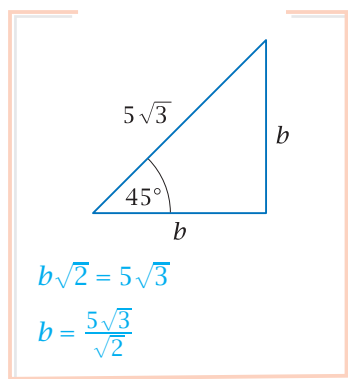
1. Narysowane trójkąty są prostokątne. Podaj długości boków oznaczonych literami.



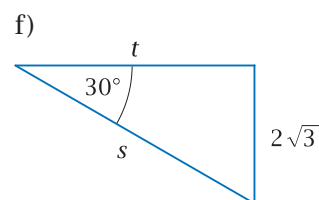
$c = \dots\dots\dots$ $d = \dots\dots\dots$



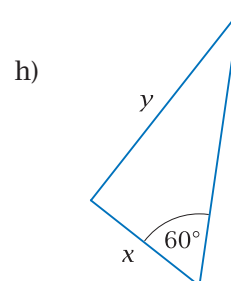
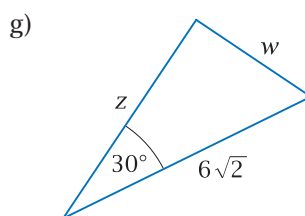
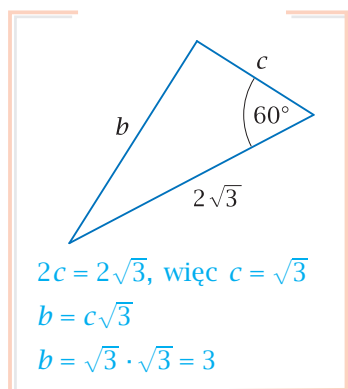
$e = \dots\dots\dots$ $f = \dots\dots\dots$



$p = \dots\dots\dots$ $r = \dots\dots\dots$

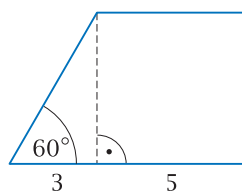
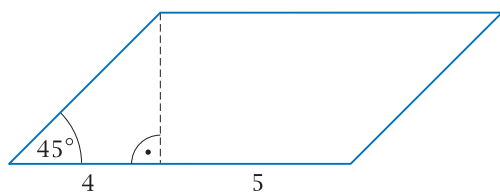


$s = \dots\dots\dots$ $t = \dots\dots\dots$

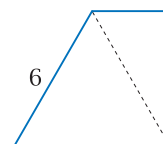
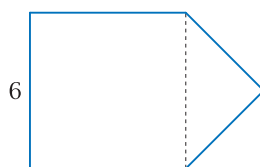
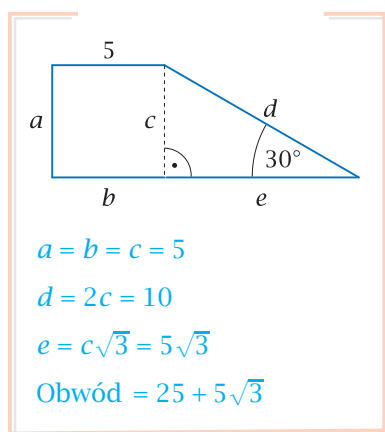


TRÓJKĄTY O KĄTACH 90° , 45° , 45° ORAZ 90° , 30° , 60°

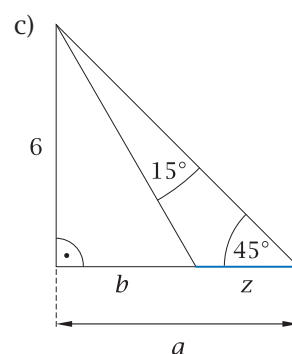
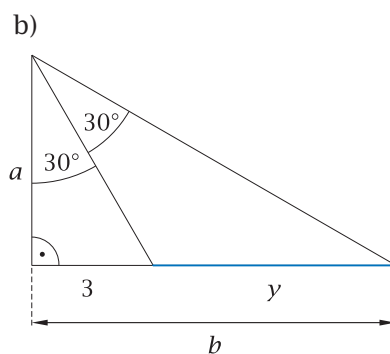
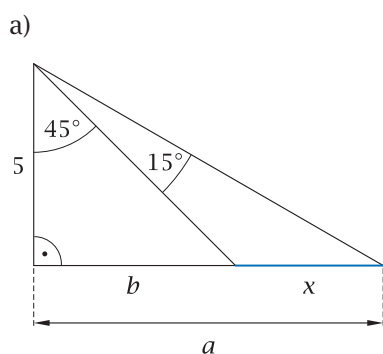
2. Na rysunkach przedstawiono równoległobok i trapez prostokątny. Oblicz ich pola.



3. Poniższe wielokąty są zbudowane z kwadratów, trójkątów równobocznych, trójkątów prostokątnych równoramiennych i trójkątów o kątach 90° , 60° i 30° . Oblicz ich obwody.



4. Oblicz długość odcinka zaznaczonego na niebiesko. Zaczynaj od znalezienia trójkąta o kątach 90° , 60° , 30° lub 90° , 45° , 45° . Warto pomocniczo dopisać miary kątów na rysunku.



Poćwicz przed egzaminem

ZADANIE 1

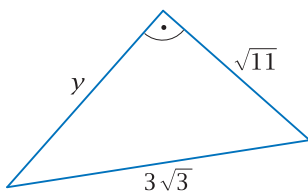
Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 3 i $\sqrt{7}$.

Jak jest długość przeciwprostokątnej tego trójkąta? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 4 B. $3 + \sqrt{7}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $3\sqrt{7}$

ZADANIE 2

Na rysunku podano długości dwóch boków trójkąta prostokątnego.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

Trzeci bok tego trójkąta ma długość $\sqrt{73}$.	P	F
Najkrótszy bok tego trójkąta ma długość $2\sqrt{6}$.	P	F

ZADANIE 3

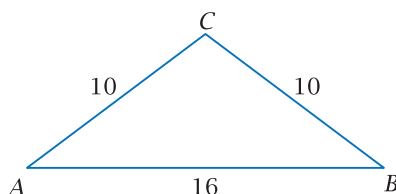
Dwa boki trójkąta prostokątnego mają długości 5 cm i 12 cm.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

Przeciwprostokątna tego trójkąta może mieć długość 13 cm.	P	F
Trzeci bok tego trójkąta może mieć długość 9 cm.	P	F

ZADANIE 4

Na rysunku podano długości boków trójkąta ABC .



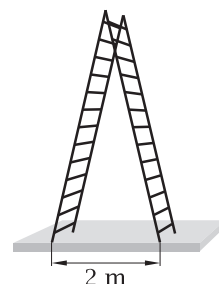
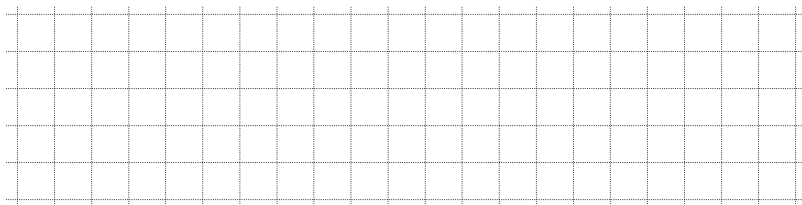
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta ABC jest równe 50.	P	F
Wysokość trójkąta ABC opuszczona z wierzchołka A ma długość 9.	P	F

ZADANIE 5

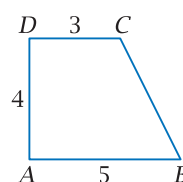
Każde z ramion rozstawnej drabiny ma 4 m długości. Na rysunku podano odległość między punktami, w których opierają się one o podłoże.

Oblicz, w jakiej odległości od podłoża znajduje się najwyższy punkt tej drabiny? Zapisz obliczenia.

**ZADANIE 6**

Na rysunku podano długości trzech boków trapezu prostokątnego $ABCD$.

Czy długość boku BC jest liczbą całkowitą? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.



A.	Tak,	ponieważ	1.	długości pozostałych boków trapezu są liczbami całkowitymi.
			2.	$AB - DC = 2$ i $BC^2 = 2^2 + 4^2$, więc $BC = 2\sqrt{5}$.
B.	Nie,		3.	przeciwprostokątna trójkąta o przyprostokątnych 3 i 4 ma długość 5, czyli jest liczbą całkowitą.

ZADANIE 7

Pod którym rysunkiem podano niepoprawną długość odcinka oznaczonego literą? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.

$a = 7$

B.

$b = 3,5$

C.

$c = \frac{7}{\sqrt{2}}$

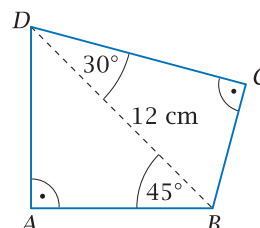
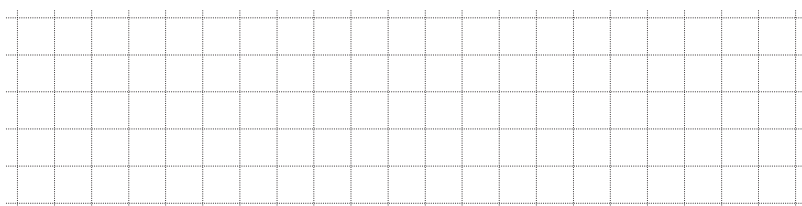
D.

$d = \frac{7}{\sqrt{3}}$

ZADANIE 8

Przekątna BD czworokąta $ABCD$ ma długość 12 cm (zobacz rysunek).

Oblicz obwód czworokąta $ABCD$. Zapisz obliczenia.



Konkurs zamiast powtórki



Drugie wydania bestsellerowych *Lekcji powtórzeniowych* – jeszcze lepsze niż pierwsze, bo wzbogacone o łamigłówki i zadania wymagające uzasadnienia tezy, dzięki temu uczniowie klas 4–8 mogą ćwiczyć tę istotną umiejętność sprawdzaną na egzaminie w 8 klasie.

Książki znajdziesz na ksiegarnia.gwo.pl.



Sukces w każdym konkursie!



Zbiory zadań konkursowych można wykorzystać w czasie przygotowań, samodzielnych lub z pomocą nauczyciela, do konkursów przedmiotowych. Praca z nimi systematycznie rozwija umiejętności analityczne ucznia, oswaja go ze specyfiką zadań konkursowych, a przede wszystkim jest gwarancją sukcesu na samym konkursie.

Książki znajdziesz na ksiegarnia.gwo.pl.



Wyzwania dla uczniów



Dlaczego „wyzwania”? Ponieważ zeszyty zawierają nieszablono-
we zadania wymagające tworzenia własnych strategii i większej
kreatywności ucznia oraz zadania na uzasadnianie. Nie braku-
je tu także zadań o typowej konstrukcji, lecz w ciekawszej formie,
czasem o większym stopniu trudności, a często odnoszących się treścią
do sytuacji wziętych z życia codziennego uczniów.

Książki znajdziesz na ksiegarnia.gwo.pl.



Czas na SPE!

Tworzymy przestrzeń dla każdego ucznia

Zestawy zadań do poszczególnych tematów, zestawy *Przed klasówką* oraz prace klasowe dla uczniów z niepełnosprawnością w stopniu lekkim. Dopasowane do specjalnych potrzeb edukacyjnych obejmują tematykę omawianą w poszczególnych działach podręcznika. Dzięki nim łatwo sprawdzić stopień opanowania wiadomości i umiejętności.

Więcej na matematyka.gwo.pl



Klasa 4.

Dział: Działania pisemne
Zestaw „Przed klasówką”

Zadanie 1.

Lena poprawnie obliczyła sposobem pisemnym wyniki nas...

$$\begin{array}{r} \text{III} \\ 598 \\ - 153 \\ \hline \end{array}$$

IV

...iwią odpowiedź spośród podan...

...wartości wyrażeń:

o I. D.



Praca klasowa

Klasa 6

Dział: PRĘDKOŚĆ, DROGA, CZAS

Imię i nazwisko



Zadanie 1.

Rowerzysta jedzie ze stałą prędkością 20 km/h.

Ile kilometrów pokona w ciągu godziny?

Zaznacz poprawną odpowiedź.

- A. $\frac{1}{3}$ km B. 10 km C. 20 km

Zadanie 2.

Samolot leci ze stałą prędkością 600 km/h.

Uzupełnij zdania. Zaznacz odpowiedź i B oraz odpowiedź spośród pozostałych.

W ciągu pół godziny samolot ten...

- A. 600 km B. 300 km

Samolot ten odległość 1200 km...

- C. 120 minut D. 4 godzin

Zadanie 3.

Samochód w ciągu 30 minut...

Z jaką prędkością poruszał się?

- Zaznacz poprawną odpowiedź.
- A. $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



Klasa 6.

Dział: Pola wielokątów
Temat: Pole prostokąta

Zadanie 1.

Na rysunkach przedstawiono kartę do gry, płytkę podłogową i dywan oraz ich wymiary.

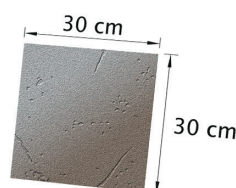
Oblicz pole powierzchni każdego z tych obiektów.

a)



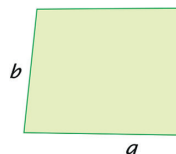
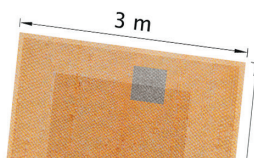
$$P = ___\text{ cm} \cdot ___\text{ cm} = ___\text{ cm}^2$$

b)



$$P = ___\text{ cm} \cdot ___\text{ cm} = ___\text{ cm}^2$$

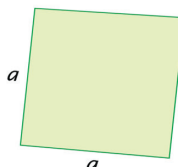
c)



Pole prostokąta:

$$P = a \cdot b$$

a, b — długości boków prostokąta



Pole kwadratu:

$$P = a^2$$

a — długość boku kwadratu