

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
M-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza

MMAP-P0-100-2505

DATA: **6 maja 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

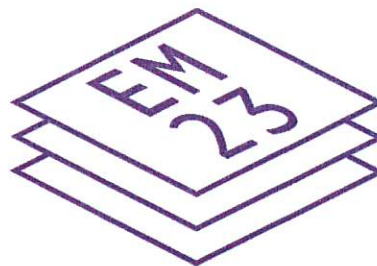
WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

☐ Uprawnienie zdającego do
dostosowania w związku z dyskalkulią.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**,
tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym**
poziomie.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu
takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–31).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.
Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2$ jest równa

A. 16

B. 18

C. 30

D. 34

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}}$ jest równa

A. 30

B. 31

C. 5^{12}

D. 5^{27}

Brudnopis

5.

0-1-2

Zadanie 5. (0-2)

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby naturalnej n liczba $3n^2 + 2n + 7$ jest podzielna przez 4.

$$n = 2k+1, k \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} 3n^2 + 2n + 7 &= 3(2k+1)^2 + 2(2k+1) + 7 = 3(4k^2 + 4k + 1) + 4k + 2 + 7 = \\ &= 12k^2 + 12k + 3 + 4k + 9 = 12k^2 + 16k + 12 = 4(3k^2 + 4k + 3) \end{aligned}$$

Ponieważ $k \in \mathbb{N}$, więc $(3k^2 + 4k + 3) \in \mathbb{N}$, stąd liczba $4(3k^2 + 4k + 3)$ jest podzielna przez 4.



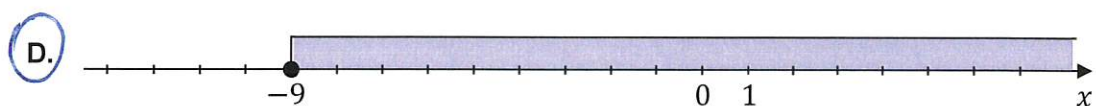
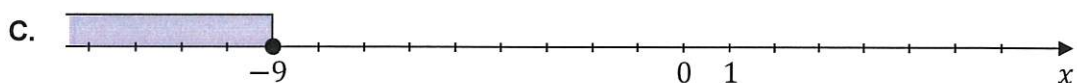
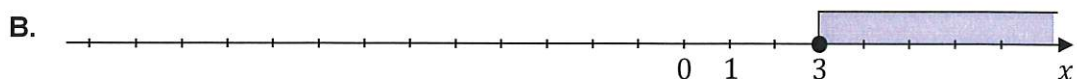
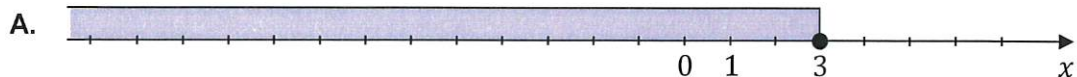
Zadanie 6. (0–1)



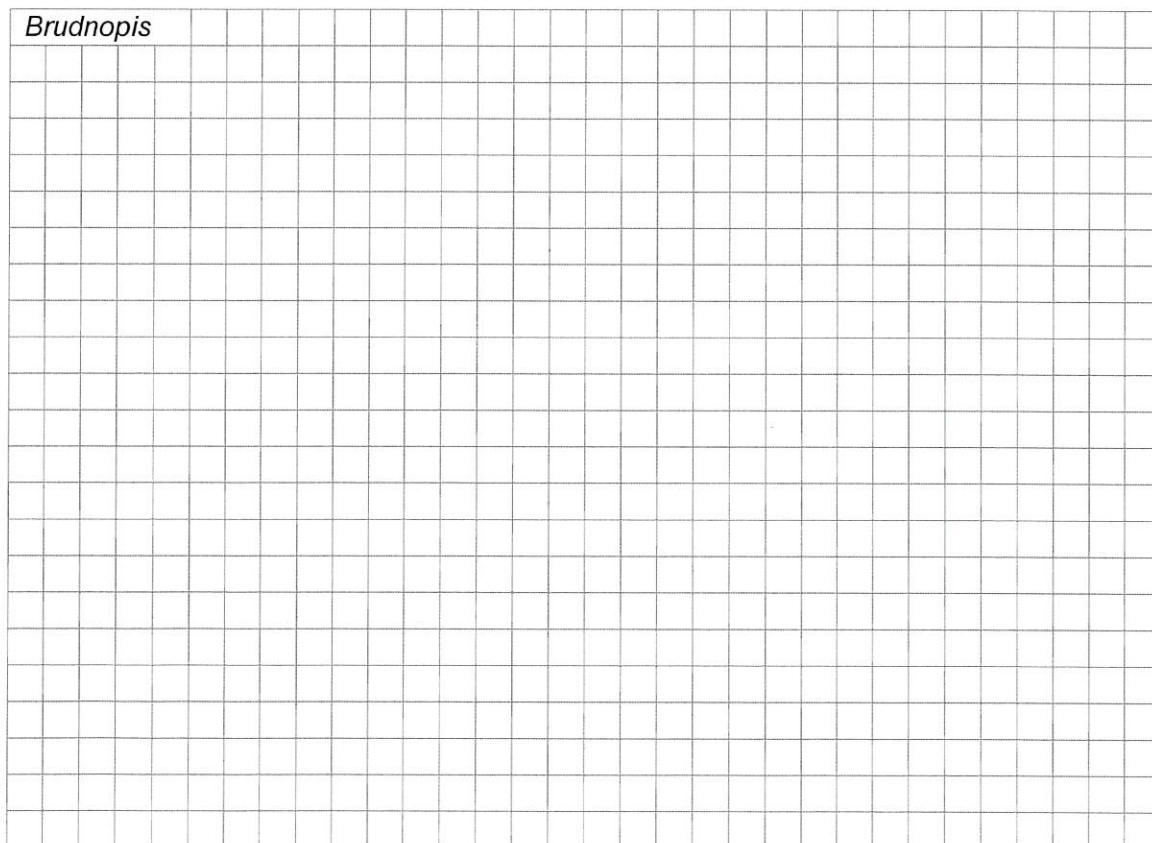
Dana jest nierówność

$$3 - 2(1 - 2x) \geq 2x - 17$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Brudnopis



Zadanie 7. (0–1)



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $2x(x+3)(x^2+25)=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

- ☒ A. dwa rozwiązania: (-3) oraz 0 .
- ☐ B. dwa rozwiązania: (-3) oraz 2 .
- ☐ C. trzy rozwiązania: (-5) , (-3) oraz 0 .
- ☐ D. cztery rozwiązania: (-5) , (-3) , 0 oraz 5 .

Brudnopis

Zadanie 8. (0–1)



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-2) oraz różnej od 0 wartość wyrażenia

$\frac{x^2+x}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{x}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{x+2}{4x+4}$

B. $\frac{x+1}{4x+5}$

☒ C. $\frac{x+1}{x+2}$

D. $\frac{2x}{x+2}$

Brudnopis



Zadanie 9. (0–2)

Zarząd firmy wydzielił z budżetu kwotę 1 200 000 złotych łącznie na projekty badawcze dla dwóch zespołów: A i B. W pierwszym półroczu realizacji tych projektów oba zespoły wykorzystały łącznie 146 700 złotych – zespół A wykorzystał 13% przyznanych mu środków, a zespół B wykorzystał 11% przyznanych mu środków.

Oblicz kwotę przyznaną zespołowi A na realizację projektu badawczego.
Zapisz obliczenia.

9.

0–1–2

x – kwota przyznana na projekt badawczy zespołu A
 y – kwota przyznana na projekt badawczy zespołu B

$$\begin{cases} x + y = 1200000 & | \cdot (-13) \\ 0,13x + 0,11y = 146700 & | \cdot 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -13x - 13y = -15600000 \\ + \quad 13x + 11y = 14670000 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -2y &= -9300000 & | : (-2) \\ y &= 465000 \end{aligned}$$

$$x = 1200000 - y$$

$$x = 1200000 - 465000$$

$$x = 735000$$

Odp. Zespołowi A przyznano kwotę 735 000 zł

10.

0-1-2

Zadanie 10. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

Zapisz obliczenia.

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

$$6x^2 + 3 < 11x$$

$$6x^2 - 11x + 3 < 0$$

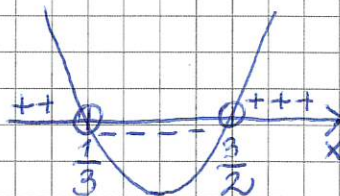
$$6x^2 - 11x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 121 - 72 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{11 + 7}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{11 - 7}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



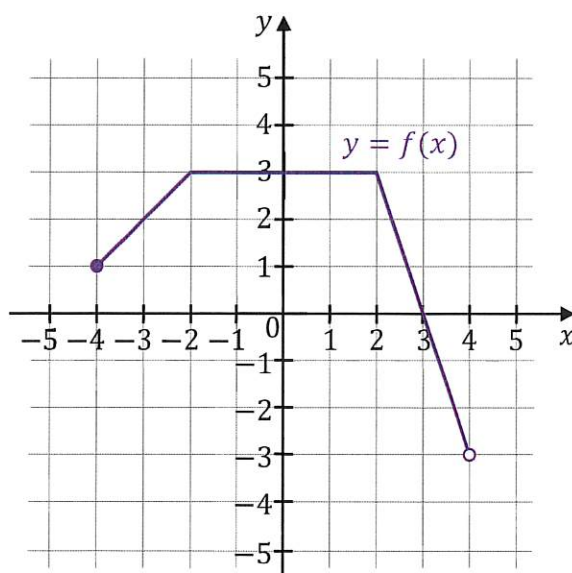
$$x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$$

Zadanie 11. (0–4)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{dla } x \in [-4, -2] \\ 3 & \text{dla } x \in (-2, 2] \\ -3x + 9 & \text{dla } x \in (2, 4) \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

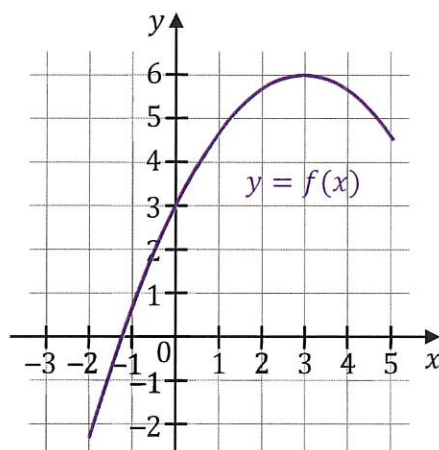
11.
0-1-
2-3-4

1. Dziedziną funkcji f jest przedział $[-4; 4)$
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-3; 3]$
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości dodatnie, jest przedział $[-4; 3)$
4. Zbiorem wszystkich rozwiązań równania $f(x) = 3$ jest przedział $[-2; 2]$

Brudnopis																			

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $(3, 6)$. Ta parabola przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, 3)$.

**12.1.**

0-1-2

Zadanie 12.1. (0-2)

Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia.

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-3)^2 + 6 \\ 3 &= a \cdot (0-3)^2 + 6 \\ 3 &= a \cdot 9 + 6 \\ 3 - 6 &= 9a \\ -3 &= 9a \quad | :9 \\ a &= -\frac{1}{3} \\ f(x) &= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 6 \end{aligned}$$

Zadanie 12.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Oś symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

- A.** $x = 3$ **B.** $x = -3$ **C.** $y = 6$ **D.** $y = -6$

Brudnopis

Zadanie 12.3. (0–1)

Funkcja g jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $g(x) = f(x) - 3$.

Liczby x_1 oraz x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji g .

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Suma $x_1 + x_2$ jest równa 6

12.3.

0-1

Brudnopis

Zadanie 13. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (3 - m)x - 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f nie ma miejsca zerowego dla m równego

A. (-3)

B. 0

C. 3

D. 4

Brudnopis

Zadanie 14.

Ciąg (a_n) jest określony następująco:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases} \text{ dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1$$

Zadanie 14.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

- D. 11**

[illegible]

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.	P	☒ F
Ciąg (a_n) jest geometryczny.	P	☒ F

[illegible]

15.

0-1-
2-3

Zadanie 15. (0-3)

Wyznacz wartość m , dla której trzywyrazowy ciąg

$$(2m + 11, m^2 + 3, 5 - m)$$

jest arytmetyczny i malejący. Zapisz obliczenia.

$$m^2 + 3 = \frac{2m + 11 + 5 - m}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2m^2 + 6 = m + 16$$

$$2m^2 - m - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 1 + 80 = 81$$

$$\sqrt{\Delta} = 9$$

$$m_1 = \frac{1 + 9}{4} = \frac{5}{2}$$

$$m_2 = \frac{1 - 9}{4} = -2$$

Dla $m = \frac{5}{2}$ otrzymujemy ciąg:

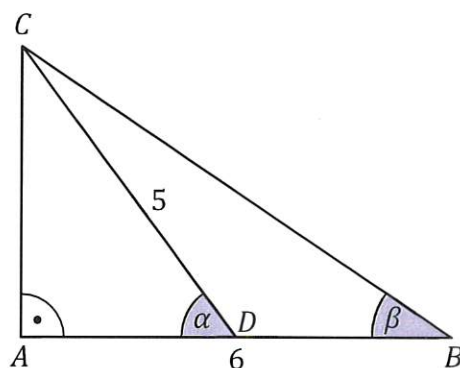
$$\left(2 \cdot \frac{5}{2} + 11, \frac{25}{4} + 3, 5 - \frac{5}{2}\right), \text{ stąd } \left(16, 9\frac{1}{4}, \frac{5}{2}\right)$$

Dla $m = -2$ otrzymujemy ciąg:

$$(2 \cdot (-2) + 11, (-2)^2 + 3, 5 - (-2)), \text{ stąd } (7, 7, 7)$$

Ciąg $(7, 7, 7)$ jest stały, więc nie spełnia warunków zadania.Molejszym ciągiem arytmetycznym jest ciąg $(16, 9\frac{1}{4}, \frac{5}{2})$, zatem $m = \frac{5}{2}$.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym bok BC jest przeciwprostokątną, przyprostokątna AB ma długość 6, a środkowa CD ma długość 5. Oznaczmy kąt ADC przez α , natomiast kąt ABC – przez β (zobacz rysunek).



Zadanie 18.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

[illegible]

Zadanie 18.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta β jest równy

- A. $\frac{2}{\sqrt{13}}$ B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$ C. $\frac{5}{2\sqrt{13}}$ D. $\frac{4}{5}$

[illegible]

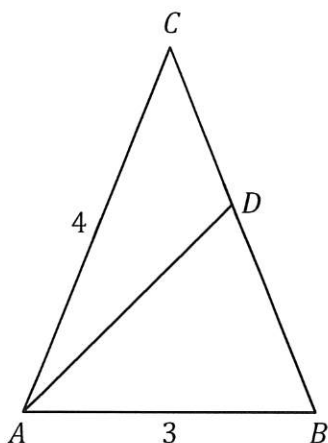
A circle with center O is shown. A triangle ABC is inscribed in the circle. The angle at vertex C is 50° . The angle at vertex B is shaded.

C. 40°

Brudnopis

W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 4$ i $|AB| = 3$.

Na boku BC , między punktami B i C , wybrano taki punkt D , że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek BD ma długość

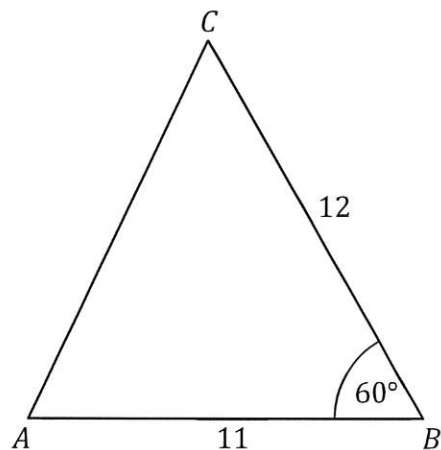
- B.** 2,25

C. 2,5

D. 3

Brudnopis

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 11$, $|BC| = 12$ oraz $\angle ABC = 60^\circ$ (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABC jest równoramienny.	P	☒ F
Pole trójkąta ABC jest równe $33\sqrt{3}$.	☒ P	F

Brudnopis

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna kwadratu $ABCD$ ma długość

A. 5

B. 7

C. 10

D. 14

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k: y = (m - 2)x + 5$$

$$l: y = -4x + (m + 3)$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-4)

B. (-2)

C. 2

D. 5

Brudnopis



Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (0, 0)$ leży na okręgu $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (2, 4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

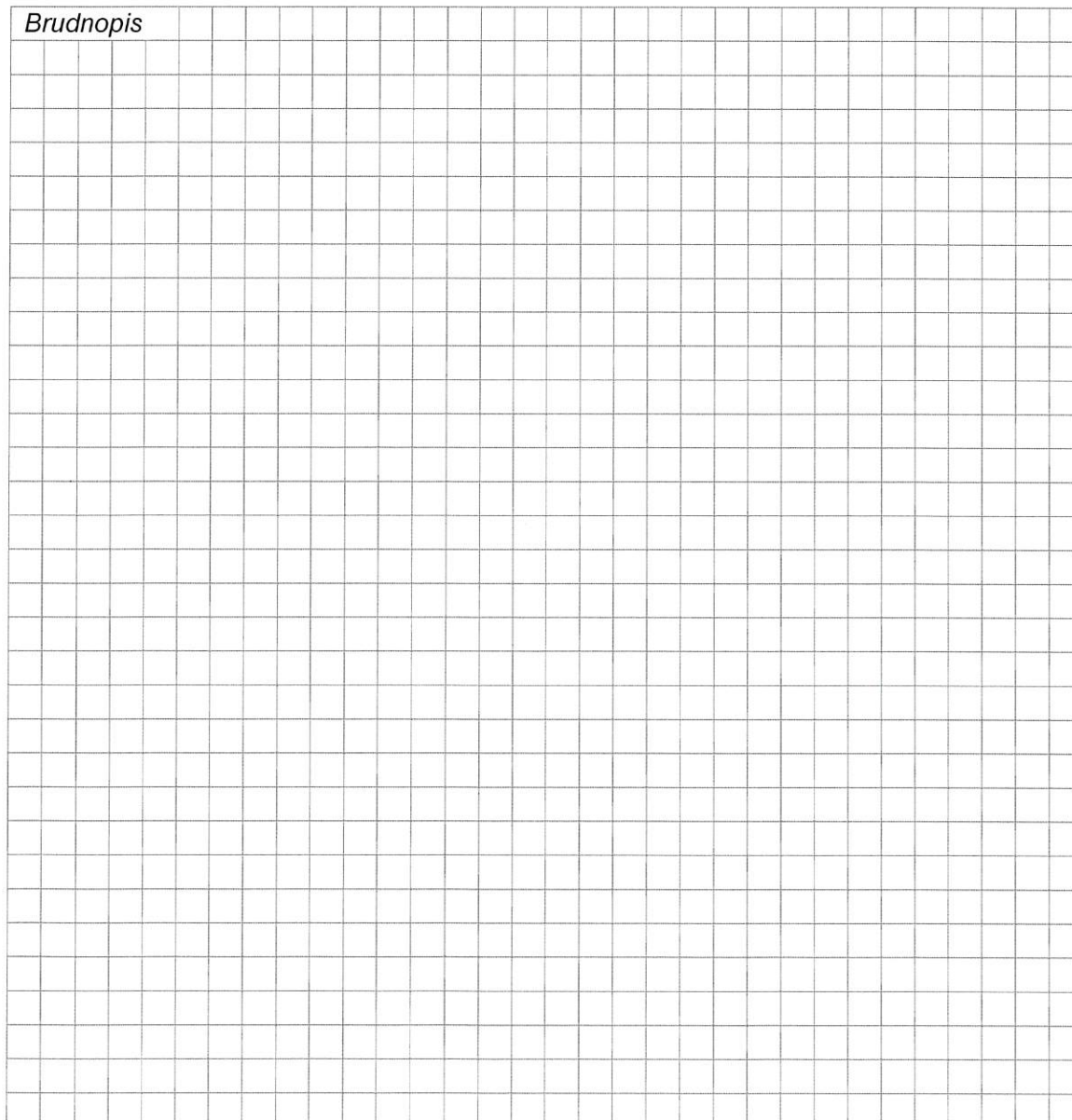
A. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 2\sqrt{5}$

☒ B. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$

C. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 2\sqrt{5}$

D. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$

Brudnopis

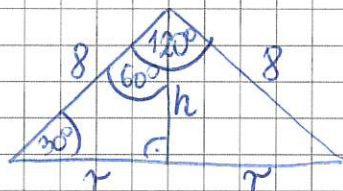


Zadanie 25. (0-3)

Tworząca stożka ma długość 8. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 120° .

25.0-1-
2-3

Oblicz objętość tego stożka. Zapisz obliczenia.



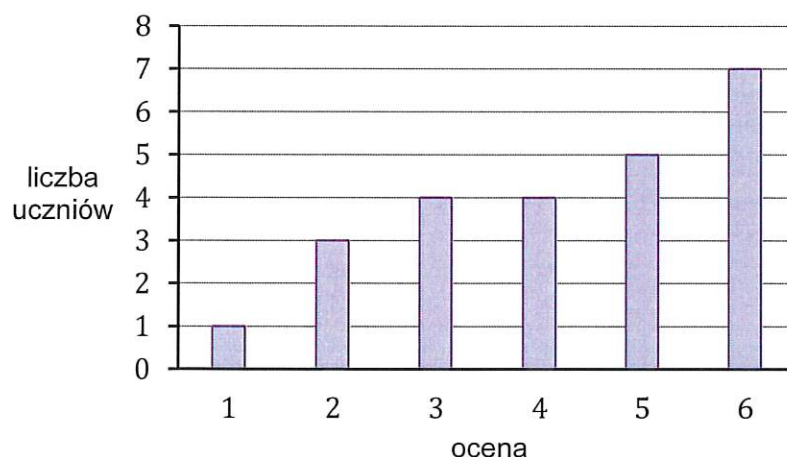
$$h = \frac{8}{2} = 4$$

$$r = h\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi (4\sqrt{3})^2 \cdot 4 = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 3 \cdot 4 = 64\pi$$

Objętość stożka jest równa 64π .

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej liczącej 24 uczniów. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



30.	0-1-2
-----	-------

- 4.5

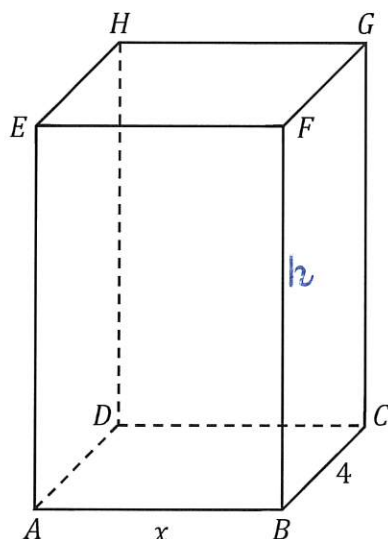
- 6

Brudnopsis

Zadanie 31. (0–4)

Rozważamy wszystkie prostopadłościany $ABCDEFGH$, w których krawędź BC ma długość 4 oraz suma długości wszystkich krawędzi wychodzących z wierzchołka B jest równa 15 (zobacz rysunek).

Niech $P(x)$ oznacza funkcję pola powierzchni całkowitej takiego prostopadłościanu w zależności od długości x krawędzi AB .



31.

0–1–
2–3–4

Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P . Oblicz długość x krawędzi AB tego z rozważanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest największe. Zapisz obliczenia.

$$x + 4 + h = 15$$

$$h = 11 - x, \quad x \in (0; 11)$$

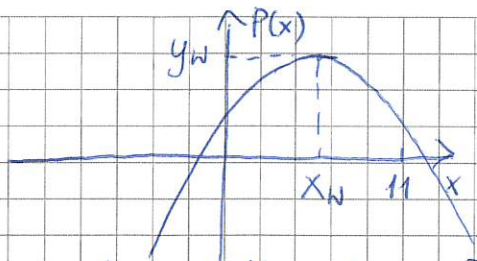
$$P(x) = 2 \cdot 4x + 2 \cdot 4 \cdot (11 - x) + 2 \cdot x \cdot (11 - x)$$

$$P(x) = 8x + 88 - 8x + 22x - 2x^2$$

$$P(x) = -2x^2 + 22x + 88$$

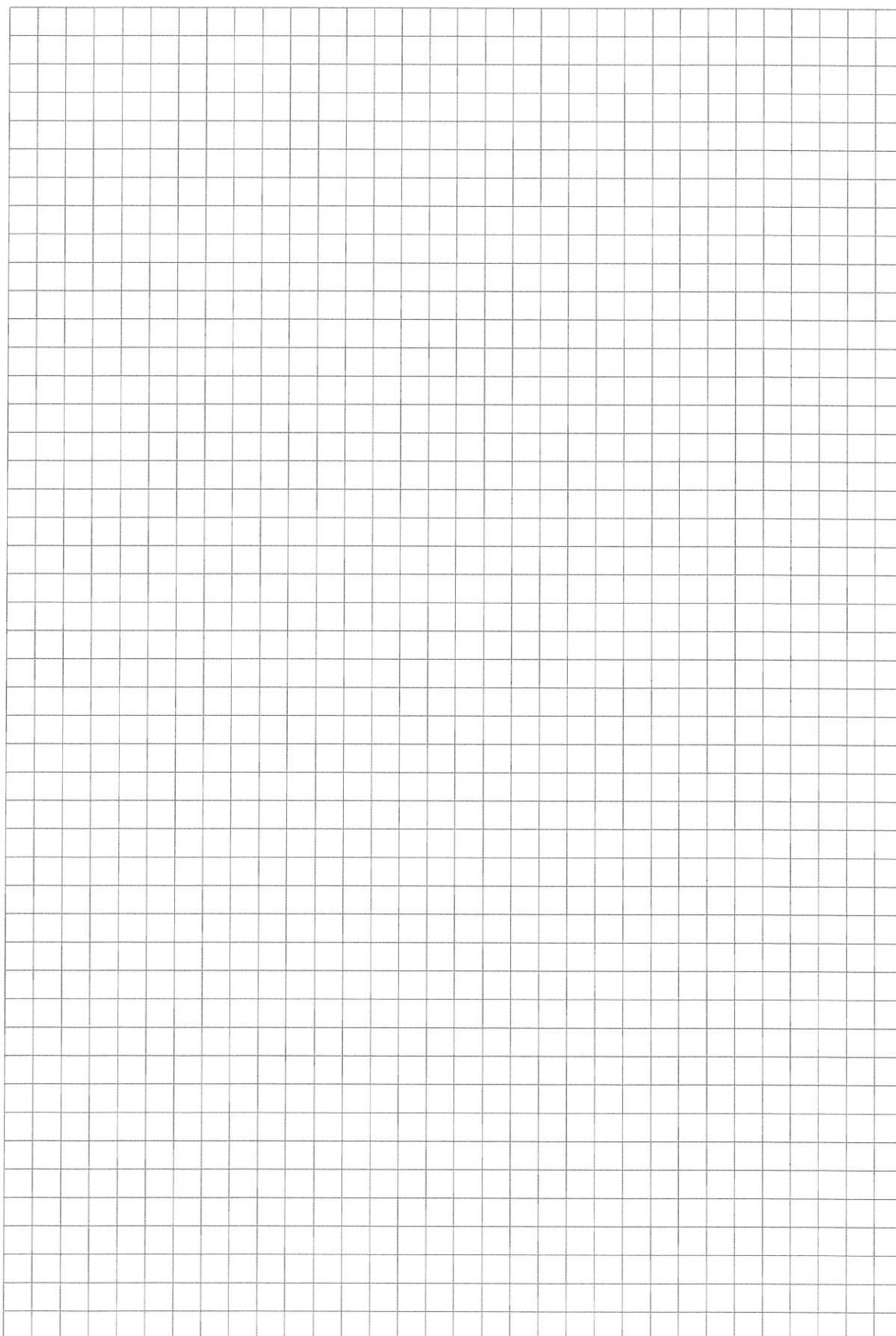
Ponieważ parabola będąca wykresem funkcji kwadratowej $y = -2x^2 + 22x + 88$ ma ramiona skierowane do dołu, więc funkcja ta dla $x_N = \frac{-22}{-4} = \frac{11}{2}$ osiąga wartość największą

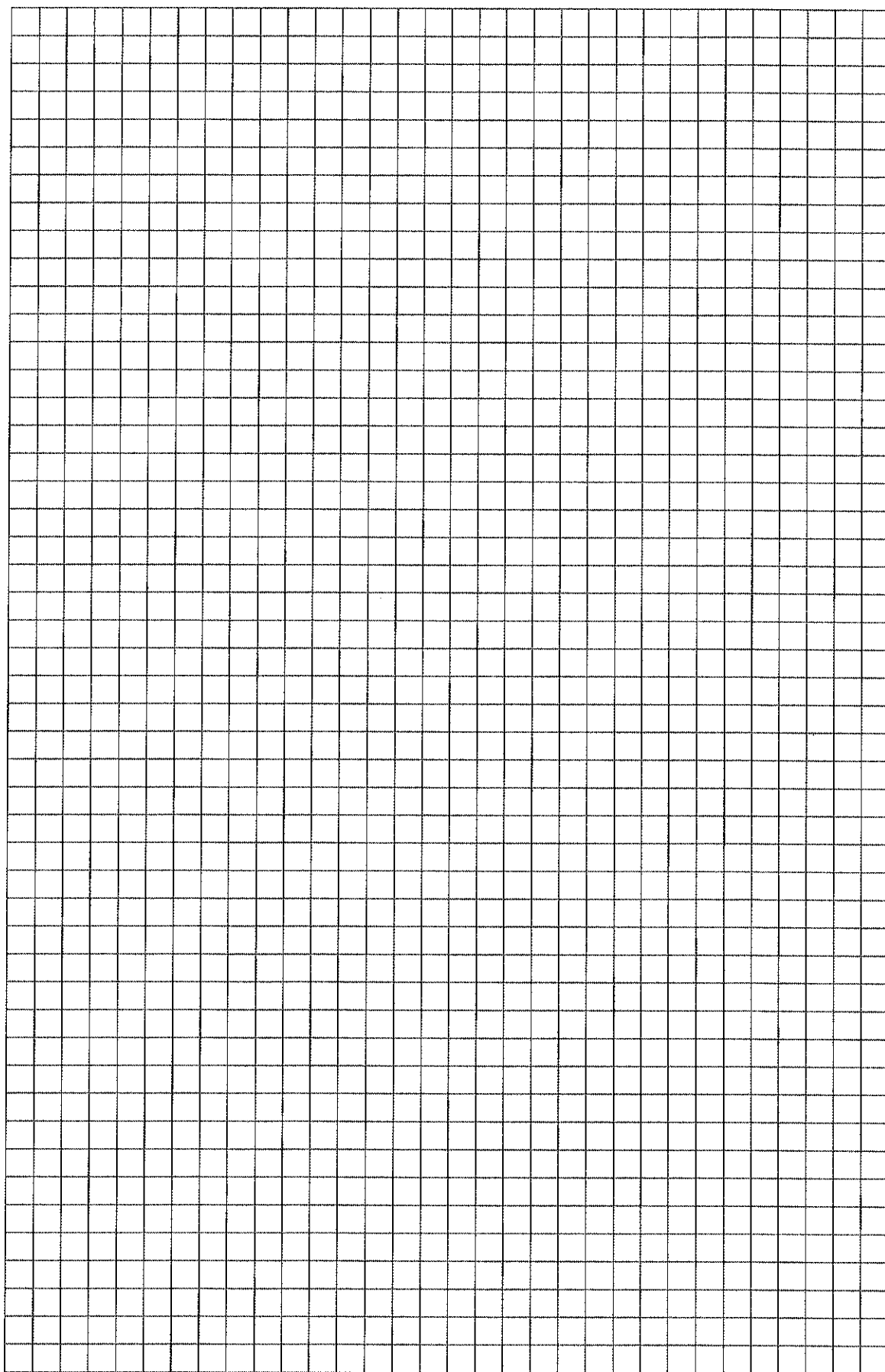




Ponieważ $x = \frac{11}{2} \in (0, 11)$ więc funkcja P osiąga wartość największą dla $x = \frac{11}{2}$.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)





MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

