

Marek Pisarski



Karta pracy do filmu
Gra tajemnic

gdańskie
wydawnictwo
oświatowe



Karta pracy do filmu *Gra tajemnic*

A. Wstęp przed filmem

Dziś obejrzymy film pod tytułem *Gra tajemnic* (The Imitation Game) z roku 2014 w reżyserii Mortena Tylduma, według scenariusza Grahama Moore'a, z Benedictem Cumberbatchem w roli głównej: matematyka Alana Mathisona Turinga (1912–1954). Film jest adaptacją książki *Enigma. Życie i śmierć Alana Turinga*, napisanej przez Andrew Hodgesa.

Film opowiada o tym, jak doszło do odszyfrowania niemieckich depeš radiowych kodowanych za pomocą niezwykle jak na owe czasy skomplikowanej maszyny o nazwie Enigma. Akcja filmu rozgrywa się podczas II wojny światowej. Pierwsze wersje Enigmy zostały rozpracowane przez polskich matematyków, do czego jednak, niestety, nie znajdziemy odniesień w filmie.

O ile do rozpracowania szyfrów starszych wersji Enigmy wystarczały możliwości ludzkiego umysłu i niezbyt złożone maszyny (tak zwane bomby kryptologiczne), o tyle do rozwiązania zagadki kolejnych wersji maszyn szyfrujących tego typu potrzebne były, oprócz genialnego matematyka, znacznie bardziej skomplikowane technologiczne urządzenia. Film przedstawia przełom w kryptologii związany z koniecznością używania wydajnych bomb kryptologicznych – urządzeń do automatycznego łamania szyfrów w relatywnie krótkim czasie. Film niestety przemilcza znaczący wkład polskich matematyków: Mariana Rejewskiego, Jerzego Różyckiego i Henryka Zygalskiego w konstruowanie maszyn tego typu. Alan Turing prawdopodobnie korzystał z ich wyników, gdyż Polacy przekazali je w 1939 roku między innymi wywiadowi brytyjskiemu.

Recenzenci filmu zwracają uwagę na rosnące znaczenie jednostek wykraczających swoim sposobem myślenia poza rutynowe strategie. Alan Turing był niewątpliwie takim człowiekiem. Był nie tylko konstruktorem maszyny do rozszyfrowywania niemieckich depeš, stworzył także podstawy teoretyczne programowania i konstruowania komputerów. Uważa się go za twórcę nowej dziedziny nauki. Zanim informatyka stała się odrębnym obszarem badań, była częścią matematyki. Nadal korzysta obficie z dokonania „królowej nauk”.

Film *Gra tajemnic* przynosi ważny argument na obronę stwierdzenia, które można usłyszeć na początku filmu *Piękny umysł*: „II wojnę światową wygrali matematycy”. Trudno znaleźć lepsze uzasadnienie. Alan Turing i jego polscy koledzy kryptologowie, nie będąc żołnierzami ani nikim bezpośrednio związanym z podejmowaniem strategicznych decyzji wojennych, byli jednymi z najważniejszych bohaterów II wojny światowej. Dzięki bombie kryptologicznej Turinga można było skrócić wojnę o wiele miesięcy oraz zmniejszyć liczbę jej ofiar. Docenia się także wkład kryptologów podczas innych wojen. Warto dowiedzieć się więcej na przykład o znaczeniu prac Stefana Mazurkiewicza i Jana Kowalewskiego – złamali oni szyfr, którym posługiwała się Armia Czerwona podczas wojny z Polską w latach 1919–1921.

Alan Turing potraktował swoje zadanie jako ekstremalną zagadkę (Enigma to po grecku zagadka). Lubił rozwiązywać krzyżówki, a przecież szyfr to rodzaj umysłowej rozrywki, im trudniejszy, tym ciekawszy. „Dlaczego by więc nie rozwiązać najtrudniejszej Zagadki?” – myślał. Każdy z nas ma swoje ulubione zajęcie, a także bardzo trudne zadania do rozwiązania. Warto zastanowić się, jakie trudniejsze i ciekawsze zadanie mogłoby nam stanąć na drodze, byśmy mogli zrealizować swoją pasję, rozwiązując je.

Na drodze śmiałych i rewolucyjnych pomysłów zawsze stają ludzie, którzy myślą stereotypowo. Jak ich zjednać, przekonać, ominąć? W jaki sposób gromadzić wokół siebie ludzi dzielących nasze wizje i cele? Poszukajmy scen, które dostarczają odpowiedzi na te pytania.

Oglądając ten ciekawy film, wyłówcie z niego także te fragmenty, w których przedstawione są szczególne, nietuzinkowe predyspozycje głównego bohatera, dzięki którym był on w stanie dokonać swego odkrycia w dziedzinie matematyki i informatyki.

B. Zagadnienia do poruszenia po filmie, na przykład w formie dyskusji panelowej lub pracy w grupach

1. Czy warto było obejrzeć ten film? Jeśli tak, dlaczego?

Kilka propozycji odpowiedzi:

- Film dotyczy wielu problemów nie tylko związanych z matematyką lub wojną, na przykład liczne kwestie obyczajowe związane z pozycją kobiet w społeczeństwie lub traktowaniem osób homoseksualnych w Anglii w latach 50. XX wieku.
- Film dotyczy problemów, z którymi zmagają się wszyscy ludzie, może w mniejszym stopniu niż bohater: jakość współpracy, wybór kariery, zastosowanie matematyki w życiu codziennym, radzenie sobie w sytuacjach, gdy trzeba podejmować trudne decyzje wobec przełożonych. Przypomina też osobom uważającym się za w pełni sprawnych o istnieniu osób niepełnosprawnych lub innych pod pewnymi względami oraz zachęca do właściwego kontaktu z takimi ludźmi.
- Film opisuje życie bardzo ważnego matematyka angielskiego Alana Turinga, którego prace zapoczątkowały rozwój informatyki i miały znaczący wpływ na rozwój kryptologii. Wojna przyspieszyła badania w tej dziedzinie.
- Film nie kończy się dobrze, nie przynosi też w trakcie zbyt wielu optymistycznych informacji o ludziach i społeczeństwie, a jednak jego ogólna wymowa jest budująca. Film pozwala wierzyć, że ludzkość może rozwijać się w kierunku lepszych relacji międzyludzkich, bo wojny mają swój początek w złych relacjach.

2. O czym jest film *Gra tajemnic*?

Kilka propozycji odpowiedzi:

- Film przedstawia nieco odbiegającą od prawdy historię rozszyfrowania niemieckiej maszyny Enigma przez brytyjski wywiad wojskowy podczas II wojny światowej.
- Film opowiada o losach matematyka Alana Turinga w trzech okresach jego życia: lata szkolne, czas wojny, okres powojenny. Nie pomija jego homoseksualnej orientacji oraz krytycznie ocenia angielskie prawo i sposób traktowania ludzi o tej orientacji.
- Film opowiada o warunkach życia mieszkańców Londynu i okolic podczas wojny oraz o trudnych decyzjach podejmowanych przez wojskowe sztaby, od których zależały losy żołnierzy i cywilów.

C. Warte omówienia kluczowe sceny związane z matematyką



11:52–12:33 „Welcome to Enigma”

Scena ta nie wyczerpuje wiedzy o tym, jak skomplikowana jest maszyna szyfrująca, ani na temat skali trudności, z którymi musi zmierzyć się zespół. Nie dostarcza też danych, na podstawie których obliczona została podana w niej liczba ustawień Enigmy: $1,59 \cdot 10^{20}$. W scenie tej i w całym filmie pominięto też wiele ważnych szczegółów dotyczących wkładu polskich matematyków w pracę nad Enigmą. Polscy matematycy zajmowali się tą maszyną w latach 30. XX wieku, a 25 lipca 1939 roku przekazano wywiadowi Wielkiej Brytanii i Francji nie tylko samą maszynę, ale też całą dokumentację prac nad rozszyfrowaniem wcześniejszych wersji, zawierającą między innymi opis metod i efektów pracy polskich uczonych (film wspomina jedynie o przekazaniu maszyny przez polskich szpiegów). Alan Turing prawdopodobnie rozwijał te wyniki, budując swoją „super bombę kryptologiczną”. Na budowę tak silnego i kosztownego komputera nie było stać polskiej armii. Wcześniejsze modele były dobrze rozpracowane i niemieckie depesze



nie stanowiły dla naszego wywiadu żadnej tajemnicy. Warto bowiem wiedzieć, że zanim Enigma uzyskała swoją najtrudniejszą do złamania postać, skonstruowano wiele jej prostszych odmian, używanych nie tylko przez wojsko. Pierwsze Enigmy pojawiły się na początku XX wieku. Na potrzeby armii zaadaptowano je w połowie lat 20. XX wieku. Były one znacznie bardziej skomplikowane niż cywilne, zawierały więcej wirników niż wcześniejsze modele.

W filmie *Sekret Enigmy* z roku 1979, w reżyserii Romana Wionczka, jest scena, w której polski matematyk Marian Rejewski (postać grana przez Tadeusza Borowskiego) wyznacza liczbę możliwych ustawień maszyny, pisząc na tablicy odpowiedni wzór. Wyliczona przez niego wartość odpowiada dokładnie wartości podanej na angielskim filmie. Oto to wyrażenie:

$$\frac{60 \cdot 26^3 \cdot 26!}{2^{10} \cdot 6! \cdot 10!}$$

Uwaga. Symbol $n!$ oznacza iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do n .



49:13–50:00 „Dowód niewymierności”

W scenie, w której bohater wraca do czasów szkolnych, obserwujemy fragment lekcji matematyki, podczas której nauczyciel rozpoczyna dowód twierdzenia o niewymierności liczby $\sqrt{2}$. Dowód tego faktu można znaleźć we współczesnych podręcznikach do szkoły średniej. Opiera się on na metodzie nazywanej „nie wprost” albo „sprowadzenie do sprzeczności”. Początek wywodu twierdzenia o niewymierności $\sqrt{2}$, zaprezentowany na filmie, jest następujący:

Jeśli chcemy udowodnić, że liczba $\sqrt{2}$ jest niewymierna, załóżmy, że jest wymierna, czyli że da się zapisać w postaci nieskracalnego ułamka $\frac{a}{b}$, którego licznik i mianownik są liczbami całkowitymi.

Ciąg dalszy dowodu nie zmieścił się na filmie, dzwonek przerwał wyjaśnienia, co się raczej w szkołach rzadko zdarza, zwłaszcza podczas lekcji przed feriami. Dokończmy to rozumowanie profesora.

Przypomnę, rozpoczęliśmy od założenia, że $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ oraz od zapisania ułamka po prawej stronie w nieskracalnej postaci. Naszym celem jest doprowadzenie tego założenia do sprzeczności, czym pokażemy, że było ono niesłuszne. Skoro liczby $\sqrt{2}$ nie da się zapisać w postaci ułamka, to liczba ta jest niewymierna, co zakończy nasz dowód.

Podnieśmy do kwadratu obie strony równości. Otrzymamy $2 = \frac{a^2}{b^2}$.

A zatem $2b^2 = a^2$, z czego wnioskujemy, że liczba a^2 jest parzysta, co ma miejsce tylko wtedy, gdy liczba a jest parzysta, zatem $a = 2k$ dla pewnej całkowitej liczby k . Mamy zatem $2b^2 = 4k^2$, czyli $b^2 = 2k^2$. Na podstawie tej ostatniej równości wyciągniemy analogiczny wniosek o liczbie b , że jest parzysta, co doprowadzi nas do sprzeczności, ponieważ zakładaliśmy, że ułamek $\frac{a}{b}$ jest nieskracalny, a pokazaliśmy, że jego licznik i mianownik dzielą się przez 2.

D. O czym jeszcze warto porozmawiać?

1. Po obejrzeniu filmu o szyfrowaniu warto pobawić się w szyfrowanie wiadomości, na przykład szyframi podstawieniowymi. Enigma szyfrowała w ten właśnie sposób. Trzeba najpierw ustalić, które litery zastąpią litery alfabetu w naszej wiadomości, a następnie konsekwentnie pod każdą literę wiadomości podstawić nową, z góry przypisaną, inną dla każdej litery. Aby rozszyfrować wiadomość, trzeba znać sposób podstawiania. Każdy z łatwością opracuje taki szyfr i zakoduje za jego pomocą wiadomość. Jeżeli mamy w alfabecie 26 liter, to ile da się opracować szyfrów podstawieniowych, jeśli, jak w Enigmie, za daną literę można podstawiać tylko inną literę?



2. Proponujemy też kolejną zabawę w szyfrowanie, która przypomina działanie tak zwanej **maszyny Turinga**, abstrakcyjnego modelu przetwarzania danych (nie mylić z maszyną, którą oglądaliśmy na filmie). Aby zaszyfrować wiadomość (otrzymać trudny do odczytania szyfrogram), należy wykonać szereg opisanych niżej operacji. Aby odszyfrować szyfrogram, należy wykonać operacje w odwrotnym porządku.

Niech nasza wiadomość będzie następująca: ALAN TURING MATEMATYK

Operacja 1. Pogrupuj litery wiadomości po trzy.

ALA NTU RIN GMA TEM ATY K

Operacja 2. Odwróć porządek liter w grupach.

ALA UTN NIR AMG MET YTA K

Operacja 3. Połącz litery w jeden ciąg.

ALAUTNNIRAMGMETYTAK

Operacja 4. Zapisz ciąg liter w odwrotnej kolejności.

KATYTEMGMARINNTUALA

Operacja 5. Podziel ciąg na dowolną liczbę wyrazów.

KATY TEM GMARINN TU ALA

Proszę sprawdzić, że wykonując operacje w odwrotnej kolejności można odczytać nasz szyfrogram. Kolejny, wymyślony przez siebie, można zaszyfrować i dać do odczytania komuś innemu.

3. Test Turinga i maszyny, które się uczą

3.a. Alan Turing jest także autorem słynnego zagadnienia nazwanego testem Turinga (film wspomina o nim w scenie przesłuchania). Wielu naukowców, jeszcze przed Turingiem, interesował problem imitowania ludzkiego działania. Alan Turing zainteresował się nieco węższym zagadnieniem: na ile maszyna może w sposób nieodróżnialny od ludzkiego postugiwać się językiem naturalnym? Wyznaczył ciekawy kierunek badań nad uczeniem się maszyn (komputerów) i stworzył w ten sposób nowy dział nauki o nazwie sztuczna inteligencja (AI).

Test Turinga dotyczy maszyny. Prowadzimy rozmowę z kilkoma rozmówcami za pomocą klawiatury, nie widząc, z kim rozmawiamy. Maszyna zdaje test, gdy nie potrafimy określić, że rozmawiamy z maszyną. W internecie można znaleźć programy, które usiłują imitować ludzkie odpowiedzi. Jeden z nich nosi nazwę Cleverbot. Już po kilku zdaniach możemy się jednak zorientować, że nie rozmawiamy z człowiekiem.

3.b. Angielski tytuł filmu *Imitation game* nawiązuje do artykułu Alana Turinga *Computing Machinery and Intelligence* z roku 1950, wspomnianego w scenie przesłuchania (1:06:30). Opisane są w nim zadania polegające na rozpoznaniu postaci lub odróżnianiu postaci od maszyn (test Turinga). W warunkach, którymi dysponujemy, można przeprowadzić (znaną harcerzom) nieco skromniejszą zabawę.

Grupa dzieli się na dwie podgrupy: A i B. Podgrupa A odchodzi na pewną odległość od podgrupy B, która ustala regułę odpowiadania na pytania mające być zadawane przez osoby z podgrupy A. Reguły mogą być następujące (warto wymyślać analogiczne własne):

- a) Na pierwsze pytanie odpowiadamy w dowolny sposób, ale na kolejne odpowiadamy tak, jak powinniśmy odpowiadać na poprzednie.
- b) Na co drugie pytanie odpowiadamy zgodnie z prawdą.
- c) Odpowiadamy prawidłowo na wszystkie pytania, ale przed odpowiedziami na pytania 1, 3 i 6 odpowiadający wykonuje umówiony gest. Analogicznie przed odpowiedziami na pytania 2, 4 i 7 – odpowiadający wykonuje inny umówiony gest.



- d) Odpowiedzi są wcześniej przygotowane i tworzą pewien charakterystyczny zbiór słów związanych z miejscem (ławka, boisko, tablica, kreda – szkoła), obiektem (koło, dach, kierownica, silnik – pojazd) lub dający się scharakteryzować pewną cechą (pomidor, papryka, muchomor, jabłko, biedronka – bywają miejscami czerwone).
- e) Odpowiedzi są niepoprawne, ale w pewien sposób bliskie poprawnym, skojarzone z nimi. Na przykład na pytanie: Jak się nazywa czerwone warzywo rosnące na niewielkim krzewie owocującym latem i wczesną jesienią? Odpowiedź: Jagoda.

Zadaniem podgrupy A jest odgadnięcie reguł odpowiadania na pytania. Pytania powinny być łatwe, mieć oczywiste, krótkie odpowiedzi. To grupa A, pytających, przechodzi test, nie grupa odpowiadających. Czy przeszedłby go komputer?

