

gdańskie
wydawnictwo
oświatowe



Tajemny wielokąt

Lekcje
z wykopem

Scenariusz lekcji dla nauczyciela

Tajemny wielokąt

Opis: W trakcie realizacji zagadnień z trygonometrii uczniowie wyznaczają dokładne wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° oraz 60° . Kąty te uczniowie znajdują w kwadracie czy też w trójkącie równobocznym. Czy można obliczyć dokładnie wartości funkcji trygonometrycznych innych kątów?

Uwagi: Uczeń zna zależności trygonometryczne w trójkącie prostokątnym, rozpoznaje trójkąty podobne, zna ich własności, potrafi rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem.

Przebieg lekcji:

1. **Nauczyciel:** Niektóre tablice matematyczne podają wartości funkcji trygonometrycznych kąta 18° .

–	15°	18°	$22,5^\circ$	36°	54°	$67,5^\circ$	72°	75°
$\sin \alpha$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{10}-2\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10}-2\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$2 - \sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$	$\sqrt{2} - 1$	$\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{5}$	$\sqrt{2} + 1$	$\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$	$2 + \sqrt{3}$

Zastanowimy się wspólnie, w jaki sposób zostały one wyznaczone.

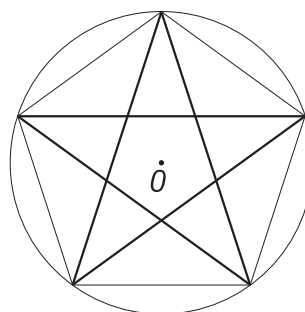
Nauczyciel: Pentagram (gwiazda pitagorejska) to figura geometryczna nazywana też wielokątem gwiaździstym foremnym. W wielu kulturach pentagram uważany jest za symbol magiczny.

Oto, co mówi Wikipedia (<https://pl.wikipedia.org/wiki/Pentagram>):

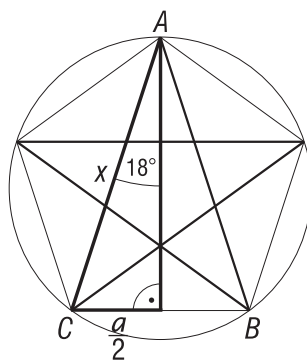
Pentagram był symbolem znanym już w czasach neolitu. Pentagram był znany jako Gwiazda Isztar, a później jako Gwiazda Izdy. Mistycy pitagorejscy widzieli w nim symbol doskonałości, kojarzyli go z życiem i zdrowiem. W starożytności przekonanie o właściwościach ochronnych pentagramu było tak silne, że Babilończycy często rysowali go na pojemnikach z żywnością, co miało zapobiegać jej gniciu. Dla pierwszych chrześcijan pentagram odzwierciedlał pięć ran Jezusa, ze względu na 5 wierzchołków. Od XIV wieku uważany za symbol szatana, ze względu na podobieństwo do głowy kozła (odwrócony dwoma wierzchołkami do góry). W XIX wieku Eliphas Lévi podzielił pentagramy na „dobrą stronę” i „złą stronę”. Za „dobrą” uznał ten odwrócony jednym wierzchołkiem do góry, za „złą” odwrócony – zwrócony dwoma wierzchołkami do góry. Pentagram zwrócony jednym wierzchołkiem do góry zwany jest Pentagramem Białym, jest on odzwierciedleniem sacrum – siły boskiej. Może również odzwierciedlać pięć zmysłów człowieka, pięć żywiołów: ziemię, wodę, wiatr, ogień i światło, oraz pięć światów: fizyczny, eteryczny, astralny, mentalny i duchowy, ukazując wyższość umysłu człowieka nad wszelkimi innymi żywiołami i zmysłami. Pentagram zwrócony jednym wierzchołkiem ku dołowi zwany jest Pentagramem Odwróconym, Czarnym lub Pentagramem Baphometa. Pentagram Baphometa przedstawia profanum – człowieczeństwo, odzwierciedla on wyższość żądz i emocji nad rozumem, jest powszechnie uważany za znak satanistyczny, chociaż często mylony z Pentagramem Białym. Biały Pentagram w okręgu (inaczej pentakl) uważany jest za amulet chroniący przed zgubnym wpływem magii oraz klątwami. Można go zauważyć na różnych talizmanach i amuletach oraz odnaleźć w wielu budowlach sakralnych itp. Pentakl jest między innymi symbolem religii Wicca i innych tradycji pogańskich.

Uwaga. Uczniowie mogą przygotować prezentację na temat znaczenia pentagramu.

Nauczyciel: Rysunek przedstawia pięciokąt i pentagram foremny, oba wpisane w koło o środku O .



Rozważmy na przykład trójkąt CAA' :



$$\sin 18^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{x}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a(1+\sqrt{5})}{2}} = \frac{1}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-\sqrt{5}}{1-5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

Porównajmy ten wynik z liczbą podaną w tabeli.

Ćwiczenie: Wyznacz $\cos 18^\circ$ i $\operatorname{tg} 18^\circ$.

Podsumowanie

Nauczyciel: Warto zwrócić uwagę na to, jak wiele znajdujemy matematyki wokół nas. Być może nigdy nie podejrzewaliśmy, że gwiazda pięcioramienna kryje tyle tajemnic.